Серия «Математика»
2023. Т. 46. С. 121—129

Онлайн-доступ к журналу:
http://mathizv.isu.ru

ИЗВЕСТИЯ
Иркутского государственного университета

Научная статья

УДК 519.716
MSC 08A99
DOI https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.46.121

Критерий полноты и субмаксимальные ультраклоны для линейных гиперфункций ранга 2

И. К. Шаранхаев[1]

[1] Бурятский государственный университет им. Д. Банзарова, Улан-Удэ, Российская Федерация
✉ goran5@mail.ru

Аннотация. В последние годы интенсивно развивается направление, связанное с исследованиями отображений из конечного множества A в множество всех подмножеств множества A, в том числе пустое. Такие отображения называются мультифункциями на A, а также гиперфункциями на A, в случае, если из рассматриваемых подмножеств исключается пустое подмножество. Нетрудно видеть, что так называемые не всюду определенные или недоопределенные функции, которые изучаются во многих работах, имеют самое прямое отношение к данной области исследований. Мощность множества A называют рангом мультифункции или гиперфункции. Очевидно, что мультифункции и гиперфункции обобщают хорошо известные функции к-значной логики, однако следует отметить, что привычная суперпозиция функций к-значной логики для мультифункций и гиперфункций не подходит. Чаще всего здесь рассматривают два вида суперпозиций, один из них приводит к замкнутым относительно суперпозиции множествам, которые называют мультиклонами и гиперклонами, а для второго вида суперпозиции замкнутые множества называются ультраклонами и частичными ультраклонами. В данной статье рассматриваются элементы решетки ультраклонов ранга 2. К настоящему времени известны все максимальные и минимальные элементы этой решетки. Например, Пантелеев В.И. описал на языке предикатов все максимальные ультраклоны, что позволило доказать критерий полноты произвольной системы гиперфункций ранга 2. Нам удалось доказать критерий полноты в максимальном ультраклоне линейных гиперфункций ранга 2. Таким образом, описаны все субмаксимальные ультраклоны линейных гиперфункций.

Ключевые слова: гиперфункция, линейная функция, замкнутое множество, ультраклон, решетка

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 22–21–20013) и правительства Республики Бурятия, https://rscf.ru/project/22-21-20013/.

Ссылка для цитирования: Шаранхаев И. К. Критерий полноты и субмаксимальные ультраклоны для линейных гиперфункций ранга 2 // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2023. Т. 46. С. 121–129.
https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.46.121

Research article

Criterion of Completeness and Submaximal Ultraclones for Linear Hyperfunctions of Rank 2

Ivan K. Sharankhaev[1]

[1] Dorzhi Banzarov Buryat State University, Ulan-Ude, Russian Federation
✉ goran5@mail.ru

Abstract. In recent years, the direction associated with the study of maps from a finite set A to the set of all subsets of the set A, including the empty one, has been intensively developing. Such mappings are called multifunctions on A, as well as hyperfunctions on A, if an empty subset is excluded from the subsets under consideration. It is not difficult to see that the so-called undefined or undefined functions, which are studied in many works, are most directly related to this field of research. The power of the set A is called the rank of multifunction or hyperfunction. Obviously, multifunctions and hyperfunctions generalize well-known functions of k-valued logic, however, it should be noted that the usual superposition of functions of k-valued logic is not suitable for multifunctions and hyperfunctions. Two types of superpositions are most often considered here, one of them leads to sets closed relative to the superposition, which are called multiclones and hyperclones, and for the second type of superposition, closed sets are called ultraclones and partial ultraclones. In this article, the elements of the rank 2 ultraclone lattice are considered. By now, all the maximum and minimum elements of this lattice are known. For example, Panteleev V.I. described all maximal ultraclones in the predicate language, which allowed us to prove the completeness criterion of an arbitrary system of hyperfunctions of rank 2. We managed to prove the completeness criterion in the maximal ultraclone of linear hyperfunctions of rank 2. Thus, all submaximal ultraclones of linear hyperfunctions are described.

Keywords: hyperfunction, linear function, closed set, ultraclone, lattice

Acknowledgements: The study was financially supported by the Russian Science Foundation (Project No. 22–21–20013) and Government of the Republic of Buryatia, https://rscf.ru/project/22-21-20013/.

For citation: Sharankhaev I. K. Criterion of Completeness and Submaximal Ultraclones for Linear Hyperfunctions of Rank 2. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2023, vol. 46, pp. 121–129. (in Russian)
https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.46.121

1. Введение

В последнее время выходит много работ, посвященных исследованиям по теории мультифункций [1–3; 6; 7; 9–11]. В настоящей работе, которая относится к данной области, исследуется решетка ультраклонов ранга 2, которые рассматривались в [2; 5]. Так как в упомянутой работе [5] В. И. Пантелеев описал все максимальные ультраклоны, следующей задачей является описание субмаксимальных ультраклонов. В настоящей статье найдено необходимое и достаточное условие полноты в максимальном ультраклоне линейных гиперфункций, как следствие, получено описание всех субмаксимальных ультраклонов линейных гиперфункций.

Пусть $E = \{0,1\}$ и $F = \{\{0\},\{1\},\{0,1\}\}$. Определим следующие множества функций:

$P_{2,n} = \{f | f : E^n \to E\}$, $P_2 = \bigcup\limits_n P_{2,n}$;

$P^-_{2,n} = \{f | f : E^n \to F\}$, $P^-_2 = \bigcup\limits_n P^-_{2,n}$.

Функции из P_2 называют булевыми функциями, из P^-_2 — гиперфункциями на E (гиперфункциями ранга 2). Отметим, что в дальнейшем мы не будем различать одноэлементные подмножества и элементы этого множества, и поэтому здесь любая булева функция является гиперфункцией.

Суперпозицию гиперфункций определим, следуя работе [5]. Для того чтобы суперпозиция

$$f(f_1(x_1,\dots,x_m),\dots,f_n(x_1,\dots,x_m)),$$

где $f, f_1, \dots, f_n \in P^-_2$, определяла гиперфункцию $g(x_1,\dots,x_m)$, определим значения гиперфункции f на наборах из множества F^n следующим образом: если $(\alpha_1,\dots,\alpha_m) \in E^m$, то

$$g(\alpha_1,\dots,\alpha_m) = \begin{cases} \bigcap\limits_{\beta_i \in f_i(\alpha_1,\dots,\alpha_m)} f(\beta_1,\dots,\beta_n), & \text{если пересечение не пусто;}\\ \bigcup\limits_{\beta_i \in f_i(\alpha_1,\dots,\alpha_m)} f(\beta_1,\dots,\beta_n), & \text{в противном случае.}\end{cases}$$

Далее гиперфункцию будем называть просто функцией, если это не вызывает недоразумений.

Для любого натурального n и любого i, где $1 \le i \le n$, обозначим через $e^n_i(x_1,\dots,x_i,\dots,x_n)$ функцию, значения которой совпадают со значениями переменной x_i. Функции e^n_i называются проекциями, или селекторными функциями. Нетрудно видеть, что проекции являются булевыми функциями, т. е. множества проекций для булевых функций и гиперфункций совпадают.

Понятия фиктивной переменной, операций добавления и удаления фиктивных переменных аналогичны, как для булевых функций, например, см. [8].

Замыканием множества функций K называется множество всех функций, полученных из функций множества K с помощью суперпозиции, добавления и удаления фиктивных переменных. Замыкание множества K обозначается через $[K]$. Множество функций K называется замкнутым (замкнутым классом), если $K = [K]$.

Ультраклоном ранга 2 (клоном) называется замкнутое множество гиперфункций ранга 2 (булевых функций), содержащее все проекции. Далее для краткости любой ультраклон ранга 2 будем называть просто ультраклоном. Заметим, что любой клон является ультраклоном.

Ультраклон K называется максимальным, если не существует ультраклона K' такого, что $K \subset K' \subset P_2^-$.

Ультраклон K называется субмаксимальным, если не существует ультраклона K' такого, что $K \subset K' \subset M$, где M — некоторый максимальный ультраклон.

Следуя [8], через L обозначим клон всех линейных булевых функций, через L_0 — клон всех линейных булевых функций, сохраняющих 0, через L_1 — клон всех линейных булевых функций, сохраняющих 1, через S — клон всех самодвойственных булевых функций, через F^1 — клон всех одноместных булевых функций.

Пусть R^s — s-местный предикат, заданный на множестве F. Будем говорить, что функция $f(x_1, \ldots, x_n) \in P_2^-$ сохраняет предикат R^s, если для любых наборов

$$(\alpha_{11}, \ldots, \alpha_{s1}), \ldots, (\alpha_{1n}, \ldots, \alpha_{sn}),$$

принадлежащих предикату R^s, набор

$$(f(\alpha_{11}, \ldots, \alpha_{1n}), \ldots, f(\alpha_{s1}, \ldots, \alpha_{sn}))$$

принадлежит R^s.

Для упрощения записи $\{0, 1\}$ будем обозначать $-$.

Гиперфункцию, которая на всех наборах принимает значение $-$, будем обозначать просто $-$.

В [5] доказано, что максимальными ультраклонами ранга 2 являются только следующие 11 множеств:

1) P_2 — множество всех булевых функций;

2) T_0^- — множество функций, которые сохраняют нуль, т. е. на наборе из всех нулей функции принимают значение 0;

3) T_1^- — множество функций, которые сохраняют единицу, т. е. на наборе из всех единиц функции принимают значение 1;

4) S^- — множество функций, сохраняющих предикат

$$R_S = \begin{pmatrix} 0 & 1 & - \\ 1 & 0 & - \end{pmatrix};$$

5) L^- — множество функций, сохраняющих предикат

$$R_L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & - \\ 0 & 1 & 0 & 1 & - \end{pmatrix};$$

6) M^- — множество функций, сохраняющих предикат

$$R_M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & - & - \\ 0 & 1 & 1 & - & 1 & - \end{pmatrix};$$

7) A_1 — множество функций, сохраняющих предикат

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & - & 1 & - \\ 1 & 0 & 1 & 1 & - & - \end{pmatrix};$$

8) A_2 — множество функций, сохраняющих предикат

$$R_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & - & - \\ 0 & 1 & 0 & - & 0 & - \end{pmatrix};$$

9) A_3 — множество функций, сохраняющих предикат R_3, определяемый матрицей

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & - & - & 0 & 1 & - & - & 1 & 1 & - & - \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & - & 1 & - & 0 & 1 & - & - & 1 & - & 1 & - & 1 & - \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & - & 0 & - & 1 & 1 & 0 & - & - & - & 1 & - & 1 & 1 & - \end{pmatrix};$$

10) A_4 — множество функций, сохраняющих предикат

$$R_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & - & 0 & - & - & - \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & - & 0 & - & 0 & - & - \\ 0 & 1 & 0 & 1 & - & 0 & 0 & - & - & 0 & - \end{pmatrix};$$

11) A_5 — множество, состоящее из всех функций, существенно зависящих не более чем от одной переменной, а также из функций, принимающих два значения, одно из которых есть $-$.

Множество L^- будем называть множеством всех линейных гиперфункций ранга 2. Множество B называется полным в L^-, если $[B] = L^-$. Через K_0 обозначим множество $F^1 \cup \{-\}$, через K_1 — множество $S^- \cap L^-$, через K_2 — множество $L_0 \cup \{-\}$, через K_3 — множество $L_1 \cup \{-\}$.

Через $\oplus$ обозначается линейная булева функция от двух переменных, такая, что $f(00) = f(11) = 0$, $f(01) = f(10) = 1$. Отметим, что все определения, которые отсутствуют здесь, необходимые для понимания статьи, можно найти в [8].

2. Критерий полноты и описание субмаксимальных ультраклонов в множестве всех линейных гиперфункций

В этом разделе доказывается критерий полноты в L^-, как следствие, описаны все субмаксимальные ультраклоны, содержащиеся в L^-.

Лемма 1. *[8] Множество L является замкнутым.*

Лемма 2. *Множества K_0 и K_1 являются замкнутыми.*

Доказательство. Замкнутость K_0 очевидна. Множество K_1 замкнуто в силу замкнутости множеств S^- и L^-, что доказано в [5]. □

Лемма 3. *[5] Гиперфункция f принадлежит L^- тогда и только тогда, когда f — линейная булева функция или $-$.*

Лемма 4. *[4] Булева функция $f(x_1, \ldots, x_n)$ является линейной тогда и только тогда, когда для любой существенной переменной x_i при любых значениях $a_1, \ldots, a_{i-1}, a_{i+1}, \ldots, a_n$ для $x_1, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_n$*

$$f(a_1, \ldots, a_{i-1}, 0, a_{i+1}, \ldots, a_n) \neq f(a_1, \ldots, a_{i-1}, 1, a_{i+1}, \ldots, a_n).$$

Лемма 5. *Множества K_2 и K_3 являются замкнутыми.*

Доказательство. Докажем замкнутость K_2. Для K_3 доказывается аналогично. Пусть $f, g_1, \ldots, g_n \in K_2$. Если $f, g_1, \ldots, g_n \in L_0$, то

$$h = f(g_1, \ldots, g_n) \in K_2.$$

Если f равна константе $-$, то h равна константе $-$, т. е. $h \in K_2$.

Пусть $f \in L_0$ и среди $g_1, \ldots, g_n$ имеются функции, равные константе $-$. Очевидно, что достаточно рассмотреть случай, когда только одна функция из $g_1, \ldots, g_n$ равна константе $-$. В силу леммы 4 функция

$$h = f(g_1, \ldots, g_{i-1}, -, g_{i+1}, \ldots, g_n)$$

равна константе $-$. Поясним данный факт подробнее. Пусть для произвольных значений $a_1, \ldots, a_k \in E$ значение $g_i(a_1, \ldots, a_k) = b_i$. Тогда $h(a_1, \ldots, a_k) = f(b_1, \ldots, b_{i-1}, 0, b_{i+1}, \ldots, b_n) \cup f(b_1, \ldots, b_{i-1}, 1, b_{i+1}, \ldots, b_n) = \{0\} \cup \{1\} = -$. Таким образом, $h \in K_2$.

□

Лемма 6. *[2] Верно, что $L^- = [\{1, \oplus, -\}]$.*

Теорема 1. *Множество $B \subseteq L^-$ является полным в L^- тогда и только тогда, когда $B \nsubseteq L$, $B \nsubseteq K_0$, $B \nsubseteq K_1$, $B \nsubseteq K_2$, $B \nsubseteq K_3$.*

Доказательство. Необходимость. От противного. Пусть $B \subseteq L$. В случаях $B \subseteq K_0$, $B \subseteq K_1$, $B \subseteq K_2$, $B \subseteq K_3$ доказывается аналогично с помощью лемм 2 и 5. Тогда $[B] \subseteq L$. Противоречие лемме 1.

Достаточность. Поскольку $B \not\subseteq L$ найдется $f \notin L$. В силу леммы 3 f равна $-$.

Так как $B \not\subseteq K_0$ найдется $f_0 \notin K_0$, т. е. $f_0 = x_1 \oplus \cdots \oplus x_n \oplus c_0$, где $c_0 \in \{0,1\}$ и $n \geq 2$. Отождествлением переменных из f_0 получим $g_0(x_1,x_2) = x_1 \oplus x_2 \oplus c_0$ или $g_0(x_1,x_2,x_3) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus c_0$.

Так как $B \not\subseteq K_1$ найдется $f_1 \notin K_1$. Так как $f_1 \in B$, $B \subseteq L^-$, $- \in S^- \cap L^-$, $S \subseteq S^-$, то $f_1 \in L$ и $f_1 \notin S$. Поскольку $f_1 \notin S$ существует набор $(a_1,\ldots,a_n)$ такой, что

$$f_1(a_1,\ldots,a_n) = f_1(\bar{a}_1,\ldots,\bar{a}_n).$$

Так как $f_1 \in L$, то $f_1 = x_1 \oplus \cdots \oplus x_n \oplus c_1$, где $c_1 \in \{0,1\}$. Отсюда

$$a_1 \oplus \cdots \oplus a_n \oplus c_1 = \bar{a}_1 \oplus \cdots \oplus \bar{a}_n \oplus c_1.$$

Значит, n — четное число. Отождествлением переменных из f_1 получим $g_1 = c_1$. Теперь из g_0 с помощью g_1 получим функцию $g(x_1,x_2) = x_1 \oplus x_2 \oplus c$, где $c \in \{0,1\}$. Докажем это. Имеем $g_0(x_1,x_2) = x_1 \oplus x_2 \oplus c_0$ или $g_0(x_1,x_2,x_3) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus c_0$. В первом случае сразу $g(x_1,x_2) = g_0(x_1,x_2)$, во втором случае $g(x_1,x_2) = g_0(x_1,x_2,c_1) = x_1 \oplus x_2 \oplus c_1 \oplus c_0 = x_1 \oplus x_2 \oplus c$.

Так как $B \not\subseteq K_2$ найдется $f_2 \notin K_2$, т. е. $f_2(0,\ldots,0) = 1$. Таким образом, $f_2 = x_1 \oplus \cdots \oplus x_n \oplus 1$. Если n четно, то отождествлением переменных из f_2 получим $g_2 = 1$, иначе $g_2 = x_1 \oplus 1 = \bar{x}_1$.

Так как $B \not\subseteq K_3$ найдется $f_3(x_1,\ldots,x_n) \notin K_3$, т. е. $f_3(1,\ldots,1) = 0$. Если n четно, то $f_3 = x_1 \oplus \cdots \oplus x_n$. Отождествлением переменных из f_3 получим $g_3 = 0$. Если n нечетно, то $f_3 = x_1 \oplus \cdots \oplus x_n \oplus 1$. Отождествлением переменных из f_3 получим $g_3 = x_1 \oplus 1 = \bar{x}_1$.

Рассмотрим оба варианты для g.

Пусть $g = x_1 \oplus x_2$. Если $g_2 = 1$, то, поскольку выше мы получили константу $-$, по лемме 6 множество B полно в L^-. Если $g_2 = \bar{x}_1$, то сначала из g отождествлением переменных получим 0, а затем из 0 с помощью g_2 имеем 1. Таким образом, опять B полно в L^-.

Пусть $g = x_1 \oplus x_2 \oplus 1$. Если $g_3 = 0$, то из g с помощью g_3 получим $\bar{x}_1$, а затем с помощью $\bar{x}_1$ из g получим $x_1 \oplus x_2$ и из g_3 получим 1, т. е. по лемме 6 множество B полно в L^-. Если $g_3 = \bar{x}_1$, то из g с помощью g_3 получим $x_1 \oplus x_2$, а из $g_1 = c_1 \in \{0,1\}$ с помощью g_3 получим 1. Таким образом, опять B полно в L^-.

$\square$

Следствие 1. *Существует ровно 5 субмаксимальных ультраклонов L, K_0, K_1, K_2, K_3, содержащихся в L^-.*

3. Заключение

В данной работе удалось описать субмаксимальные ультраклоны для одного из 11 максимальных ультраклонов ранга 2. Дальнейшим продолжением этих исследований является описание всех субмаксимальных ультраклонов ранга 2.

Автор благодарит рецензента за высказанные полезные замечания, которые улучшили работу.

Список источников

1. Бадмаев С. А. Критерий полноты множества мультифункций в полном частичном ультраклоне ранга 2 // Сибирские электронные математические известия. 2018. Т. 15. С. 450–474. https://doi.org/10.17377/semi.2018.15.040.
2. О некоторых интервалах в решетке ультраклонов ранга 2 / С. А. Бадмаев, А. Е. Дугаров, И. В. Фомина, И. К. Шаранхаев // Сибирские электронные математические известия. 2021. Т. 18, № 2. С. 1210–1218. https://doi.org/10.33048/semi.2021.18.092.
3. О двух интервалах в решетке частичных ультраклонов ранга 2 / С. А. Бадмаев, А. Е. Дугаров, И. В. Фомина, И. К. Шаранхаев // Сибирские электронные математические известия. 2023. Т. 20, № 1. С. 262–274. https://doi.org/10.33048/semi.2023.20.021.
4. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике. М. : Физматлит, 2004.
5. Пантелеев В. И. Критерий полноты для доопределяемых булевых функций // Вестник Самарского государственного университета. Естественно-научная серия. 2009. Вып. 2 (68). С. 60–79.
6. Пантелеев В. И., Тагласов Э. С. ES_I-замыкание мультифункций ранга 2: критерий полноты, классификация и типы базисов // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. 2021. Т. 25, вып. 2. С. 55–80.
7. Panteleev V. I., Riabets L. V. Classification of multioperations of rank 2 by E-precomplete sets // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2020. Т. 34. С. 93–108. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2020.34.93.
8. Перязев Н. А. Основы теории булевых функций. М. : Физматлит, 2000.
9. Перязев Н. А. Теория Галуа для конечных алгебр операций и мультиопераций ранга 2 // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2019. Т. 28. С. 113–122. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2019.28.113.
10. Перязев Н. А. Тождества в алгебрах мультиопераций фиксированной размерности // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2019. Т. 29. С. 86–97. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2019.29.86.
11. Шаранхаев И. К. О бесповторных мультифункциях в одном базисе // Сибирские электронные математические известия. 2021. Т. 18, № 2. С. 1098-1104. https://doi.org/10.33048/semi.2021.18.084.

References

1. Badmaev S.A. A Completeness Criterion of Set of Multifunctions in Full Partial Ultraclone of Rank 2. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2018, vol. 15. pp. 450–474. https://doi.org/10.17377/semi.2018.15.040.
2. Badmaev S.A., Dugarov A.E., Fomina I.V., Sharankhaev I.K. On some intervals in the lattice of ultraclones of rank 2. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2021, vol. 18, no. 2, pp. 1210–1218. https://doi.org/10.33048/semi.2021.18.092
3. Badmaev S.A., Dugarov A.E., Fomina I.V., Sharankhaev I.K. On two intervals in the lattice of partial ultraclones of rank 2. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2023, vol. 20, no. 1, pp. 262–274. https://doi.org/10.33048/semi.2023.20.021.
4. Gavrilov G.P., Sapozhenko A.A. *Tasks and exercises in discrete mathematics.* Moscow, Fizmatlit Publ., 2004. (in Russian)
5. Panteleyev V.I. Completeness Criterion for Predefined Boolean Functions. *Vestnik Samar. Gos. Univ. Est.-Naush. Ser.*, 2009, vol. 2(68), pp. 60–79. (in Russian)
6. Panteleyev V.I., Taglasov E.S. ES_I-losure of rank 2 multifunctions: completeness criterion, classification and types of bases. *Intelligent systems. Theory and applications*, 2021, vol. 25, no. 2, pp. 55–80. (in Russian)
7. Panteleev V.I., Riabets L.V. Classification of multioperations of rank 2 by E-precomplete sets. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2020, vol. 34, pp. 93–108. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2020.34.93 (in Russian)
8. Peryazev N.A. Fundamentals of theory of Boolean functions, Moscow, Fizmatlit Publ., 2000. (in Russian)
9. Peryazev N.A. Galois theory for finite algebras of operations and multioperations of rank 2. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2019, vol. 28, pp. 113–122. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2019.28.113 (in Russian)
10. Peryazev N.A. Identities in algebras of multioperations of fixed dimension. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2019, vol. 29, pp. 86–97. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2019.29.86 (in Russian)
11. Sharankhaev I.K. On read-once multifunctions in some base. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2021, vol. 18, no. 2, pp. 1098–1104. https://doi.org/10.33048/semi.2021.18.084.

Об авторах

Шаранхаев Иван Константинович, канд. физ.-мат. наук, доц., Бурятский государственный университет им. Д. Банзарова, Улан-Удэ, 670000, Российская Федерация, goran5@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-6956-2170

About the authors

Ivan K. Sharankhaev, Cand. Sci. (Phys.–Math.), Assoc. Prof., Dorzhi Banzarov Buryat State University, Ulan-Ude, 670000, Russian Federation, goran5@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-6956-2170

Поступила в редакцию / Received 21.05.2023
Поступила после рецензирования / Revised 18.08.2023
Принята к публикации / Accepted 04.09.2023