Серия «Математика»
Том 2 (2009), № 1, С. 73—82

Онлайн-доступ к журналу:
http://isu.ru/izvestia

И З В Е С Т И Я
Иркутского государственного университета

УДК 517.977

Математические модели по повышению качества математического обучения в вузах экономических специальностей

У. Бадам
Уланбаторский университет, Монголия

А. Батценгел
Торгово-производственный институт, Монголия

Аннотация. В работе описывается методический подход по повышению качества математического обучения на основе предлагаемых авторами динамических и статических моделей, для студентов экономических специальностей, не склонных к выбору своей профессии. Дается алгоритм решения поставленной задачи.

Ключевые слова: динамические и статические модели, оптимизация, регулируемый параметр, качество математического обучения, кредит-час, оптимальное распределение.

Введение

Базовая основа процветания любой страны является формирование его народа как граждан с высоким интеллектуальным образованием. При осуществлении такого условия создается целая армия высококвалифицированных специалистов, сумевших руководить страной на уровне развитых стран и мирового стандарта. Следовательно, наряду с гарантированной подготовкой последующего поколения, они должны стать создателями умственных капиталовложений, которые поддерживают экономику, приумножают денежные, финансовые и материальные ресурсы и повышают жизненный уровень населения. Однако, чтобы достичь такого уровня необходимо провести резкую реформу в системе высшего образования и со стороны государства, организовать новейшие работы перспективного характера, которые обоснованы на определенном эксперименте и исследований на повышение качества обучения.

Но вопросы повышения качества и эффективности обучения высшего образования являются само по себе сложнейшей задачей зависящей от многих объективных и субъективных факторов. По данному вопросу имеются несколько исследований как отечественных так и зарубежных исследователей.

Основные контексты этих исследований концентрируются в следующих двух направлениях: во первых, собрав развернутые информации об исследуемом учебном процессе, анализируют их и делают выводы [1–6]; во-вторых, познание с помощью методов математического моделирования сущности, закономерности и причинно-следственные связи исследуемого учебного процесса [8–11].

Методика, затрагиваемая нами в этой статье, относится ко второму направлению и основная причина написания такой работы кроется в следующем:
первая причина состоит в том, что все студенты поступающие в вузы выбирают свою профессию в соответствии своему таланту и интересу. К ним относятся специальности физкультурных и спортивных направлений, специальности медицины, физики, математики, языкознания и журналистики крупных университетов, а также специальности технологической, музыкальной и культурной направленности, специальности архитектурного и дизайнерского профиля.

По этому со стороны преподавателей и педагогов работать с ними не только легче, но и бывает относительно высокий качественный показатель успеваемости по специальным предметам. Исследования подтверждают, что показатель качества успеваемости студентов по выше названным специальностям составляет в среднем 70–80 процентов.

Однако, большинство поступающих в вузы сельскохозяйственного, экономического и инженерного профиля выбирают профессию не в соответствии своим интересам и талантам, а руководствуются своим желанием и интересам получить каким-либо образом диплом высшего образования. Это мы назовём «выбор профессии несоответствующий таланту» Работа с поступающими, сделавшими такой выбор со стороны преподавателей и профессоров, требует не только минимальные усилия, но и возникает необходимость внести определенные изменения в содержание учебных программ. Кроме того, в процессе исследования установлено, что в экономических вузах показатель качества успеваемости студентов, которая получена ими по специальным предметам в среднем составляет 15–20 процентов.

Вторая причина оформления этой работы связана, с тем, что сегодня немыслимо представить экономику без математики и сама математика является изо дня в день мощным средством для познания и количественной оценки любого экономического процесса. Например, сегодня появились более десяти научных направлений экономико-математического профиля, возникшие на стыке математики и экономики и с быстрыми темпами внедряемые в учебную практику вузов.

В силу этих причин, естественно возникает необходимость улучшения качества и эффективности математического обучения, а также повышения квалификации выпускников. Следовательно, основная цель данной работы состоит в попытке решить указанную проблему в определенной степени методом математического моделирования.

1. Задача повышения качественного уровня математического обучения

1.1. Уточнение параметров математической модели

Обозначим через $q(t) = (q_1(t), q_2(t), q_3(t), q_4(t))$ – доли спроса студентов интересующихся математикой в данный момент времени. Здесь $q_1(t)$ – доля студентов лично владевших не менее двумя математическими методами и программами непосредственно связанных со своей специальностью. $q_2(t)$ – доля студентов, которые творчески применяют в своей курсовой, дипломной и самостоятельной работе математические методы и программы непосредственно связанные со специальностью. $q_3(t)$ – доля студентов, которые, хотя не полностью владеют математическим аппаратом и средствами, но постоянно чувствуют их отсутствие в своей исследовательской работе. $q_4(t)$ – показывает, долю всех студентов, сделавших выбор предметов по математике.

Обозначим через $N(t) = (N_1(t), N_2(t), N_3(t), N_4(t))$ долю показателей, которые показывают качественный уровень математического обучения. Здесь
$N_1(t)$ – показатель уровня квалифицированного мастерства преподавателя, который ведёт данную математическую дисциплину;
$N_2(t)$ – показатель качества успеваемости студентов, которые сдали экзамен по этому предмету;
$N_3(t)$ – доли внесенные в содержание учебной программы в соответствии с желанием и интересам студентов;
$N_4(t)$ – показатель качественного уровня для материально-технического обеспечения в средах обучения.

Здесь $q_i(t),\ N_i(t),\ i = \overline{1,4}$ - нормированные показатели в данный момент времени, деленные на 100

Тогда в каждый момент времени взвешенные средние значения этих величин вычисляются формулами

$$q(t) = \sum_{i=1}^{4} \alpha_i q_i(t),\ N(t) = \sum_{i=1}^{4} \beta_i N_i(t),\ \sum_{i=1}^{4} \alpha_i = 1,\ \sum_{i=1}^{4} \beta_i = 1 \qquad (1.1)$$

Обозначим через $I_1(t),\ I_2(t),\ (0 \le I_i(t) \le 1,\ i = 1,2)$ соответственно, доли занимающих математических предметов в учебных программах, которые имеют малые практические приложения и преемственности, а также средневзвешенные показатели успеваемости студентов проэкзаменованных по математическим предметам с оценками F, D, C.

1.2. Математическая формулировка задачи

Поскольку изменение спроса интересующегося математикой, происходящее во времени, начиная с конца t-го семестра и продолжения $(t+1)$-го семестра растет по мере возрастания эффективности математического обучения $\Theta(t)$ и убывает по мере уменьшения доли $I_1(t)$, то оно записывается в виде

$$q(t+1) = q(t) + w_1\Theta(t) - w_2 I_1(t) \tag{1.2}$$

Под эффективностью математического обучения понимается набор комплексных понятий таких показателей, как характеристика студентов лучше владеющих приобретенными знаниями на математических занятиях как в теоретических, так и в практических отношениях.

Пусть между величинами $\Theta(t),\ q(t),$ и $N(t)$ имеется зависимость

$$\Theta(t) = a + bq(t) + cN(t) \tag{1.3}$$

А также, поскольку в течение момента времени $(t+1)$ изменение роста качественного уровня математического обучения определяется увеличением $N(t),\ q(t)$ и уменьшением $I_2(t)$, то оно записывается в виде

$$N(t+1) = N(t) + w_3N(t) + w_4q(t) - w_5I_2(t) \tag{1.4}$$

Если обозначим через q^* и N^* значения желаемого максимального уровня величин $q(t)$ и $N(t)$, то в данный момент времени доли, занятых этими величинами на уровнях, соответственно определяются формулами

$$\frac{q(t)}{q^*} = w_6 \quad ; \quad \frac{N(t)}{N^*} = w_7 \tag{1.5}$$

Здесь коэффициенты a, b, c определяются методом наименьших квадратов в силу формул (1.1),(1.3) для некоторых дискретных моментов времени из промежутка $[t, t+1]$, w_i – неизвестные параметры удовлетворяющие условию $0 \le w_i \le 1,\quad i = \overline{1,7}$

Тогда после подстановки (1.3) в (1.2) и объединения (1.2) и (1.4) получится система дискретных уравнений

$$\begin{cases} q(t+1) = q(t) + bw_1q(t) + cw_1N(t) + aw_1 - w_2I_1(t) \\ N(t+1) = N(t) + w_3N(t) + w_4q(t) - w_5I_2(t) \end{cases} \tag{1.6}$$

Теперь, перейдем от дискретной системы (1.6) к непрерывной. Для этого запишем изменение спроса интересующихся математикой и качественного уровня математического обучения, полученные за промежутки времени $\Delta t = \frac{1}{n}$ отсчитываемого с начала $(t+1)$-го семестра.

Допустим, что такое изменение равномерно распределено на каждом участке деления времени. Тогда система (1.6) будет иметь вид

$$\begin{cases} q(t+\Delta t) - q(t) = \frac{\Delta q(t)}{n} = \Delta q(t)\Delta t = \\ = (bw_1 q(t) + cw_1 N(t) + aw_1 - w_2 I_1(t))\Delta t \\ N(t+\Delta t) - N(t) = \frac{\Delta N(t)}{n} = \Delta N(t)\Delta t = \\ = (w_3 N(t) + w_4 q(t) - w_5 I_2(t))\Delta t \end{cases}$$

Поделив обе части этих уравнений на Δt и переходя к пределу при $\Delta t \to 0$, получим следующую систему, описываемой двумя дифференциальными уравнениями первого порядка

$$\begin{cases} \frac{dq}{dt} = bw_1 q(t) + cw_1 N(t) + aw_1 - w_2 I_1(t) \\ \frac{dN}{dt} = w_3 N(t) + w_4 q(t) - w_5 I_2(t) \end{cases} \tag{1.7}$$

Зададим начальное условие системы в виде

$$\begin{cases} q(0) = q_0 \\ N(0) = N_0 \end{cases} \tag{1.8}$$

Если здесь в начале данного семестра полагаем $t = 0$, то значения q_0, N_0 должны находиться с помощью формулы (1.1)

Если мы считаем, что $w_6 q^* + w_7 N^*$ как максимальный показатель, достигаемого качественного уровня обучения, то наша цель по возможности приблизиться к ней путем управления $N(t)$ и $q(t)$, будет определяться с помощью критерии качества

$$I(w) = \int_0^1 [w_6 q^* + w_7 N^* - \frac{\alpha q(t) + \beta N(t)}{\alpha + \beta}]^2 dt \Rightarrow \min_{0 \le w_i \le 1,\ 0 \le i \le 6} \tag{1.9}$$

Следовательно, проблема повышения качественного уровня математического обучения в вузах экономических специальностей формулируется как параметрическая задача оптимального управления, сводящаяся к поиске параметров, которые доставляют минимум функционалу (1.9) определенный на траекториях системы (1.7)–(1.8) с фазовыми ограничениями

$$0 \le q(t) \le q^* \quad , \quad 0 \le N(t) \le N^* \tag{1.10}$$

1.3. Метод решения. Выводы

Для дальнейшего удобства, полагая $\alpha + \beta = 1$ в (1.9) и используя условия (1.5), заменим фазовые ограничения типа (1.10) эквивалентными ему условиями

$$0 \le w_6 \le 1 \quad , \quad 0 \le w_7 \le 1$$

Тогда, если находим значения $q(t) = w_6 q^*$ и $N(t) = w_7 N^*$ из (1.5) и подставим их в правые части системы (1.7)–(1.9), то она будет записываться в виде

$$\begin{cases} \frac{dq}{dt} = bw_1 w_6 q^* + cw_1 w_7 N^* + aw_1 - w_2 I_1(t) \\ \frac{dN}{dt} = w_3 w_7 N^* + w_4 w_6 q^* - w_5 I_2(t) \end{cases} \tag{1.11}$$

$$w_i \in W = [0,1]^6 \tag{1.12}$$

$$q(0) = q_0 \quad , \quad N(0) = N_0 \tag{1.13}$$

$$I(w) = \int_0^1 [w_6 q^* + w_7 N^* - \alpha q(t) - \beta N(t)]^2 dt \Rightarrow \min_{0 \le w_i \le 1,\ 1 \le i \le 7} \tag{1.14}$$

Здесь видно, что функция $f(w)$ представляющая правую часть системы (1.11) и подынтегральная функция вида $F(q(t), N(t))$ в интеграле (1.14) непрерывны по всем переменным в области определения, а также функция $f(w)$ на выпуклом множестве $W = [0,1]^7$ дифференцируема по w. Этим обеспечивается все условия применения метода условного градиента для данной задачи.

Согласно [7], градиент целевого функционала будет иметь вид

$$I_w = -\int_0^1 H_w dt$$

где H - гамильтониан для нашей задачи (1.11)–(1.14).

Тогда, пусть $w^* = (w_1^*,\ w_2^*,\ w_3^*,\ w_4^*,\ w_5^*,\ w_6^*,\ w_7^*)$ – оптимальное решение задачи (1.11)–(1.14), найденное методом условного градиента.

Отсюда вытекает следующий вывод. При условии когда спрос интересующих математикой $q(t)$ и качественный уровень математического обучения $N(t)$ соответственно занимают доли $w_6^*,\ w_7^*$ в рамках своих желаемых максимальных уровней, если мы сумеем от нынешнего уровня увеличить величины $\Theta(t),\ q(t)$ и $N(t)$ на доли $w_1^*,\ w_4^*,\ w_3^*$ и долю, которую занимают в учебных планах математические проблемы, имеющие малые преемственности и практические приложения сократить на w_2^* и уменьшить в размере w_5^* средневзвешенного показателя успеваемости студентов экзаменующихся по предметам математики с оценкой F, D, C то качественный уровень математического обучения в вузах экономических специальностей будет, по возможности приблизиться к выбору своего желаемого высшего показателя.

2. Задача оптимального распределения кредит-часов в учебных планах

Сегодня во многих вузах по-разному распределяют кредит-часы в учебных планах. Но по каждой специальности такое распределение осуществляется между шестью группами предметов, объединяющих собой 3 основных и 3 факультативных.

Однако пока непонятно, что такое распределение, что обосновывает и по какому способу и принципу оно осуществляется.

На самом деле, не является секретом, что оно делается ориентировочно усилиями специалистов учебной частью и заведующими кафедрами.

Следовательно, распределение кредит-часов между группами предметов должно осуществляться на основании какого-нибудь обоснования, подсчетов и в зависимости от результата отдачи, которые студенты получают после изучения данного предмета.

Но, поскольку число возможностей распределения велико, то для решения данной проблемы методом математического моделирования мы выдвигаем одну методику, путем введения нового понятия так называемого показатель эффективности единицы кредит-часы.

Поэтому для построения математических моделей сделаем некоторые объяснения и уточнения относительно параметров входящих в модели. Для этого в групп предметов, имеющихся в учебных планах обозначим отдельно следующим образом:

E_1 - все предметы требующего обязательного обучения общего базового курса

E_C - факультативные предметы сопутствующие обучения общего базового курса

M_1 - Все базовые предметы обязательного обучения специального курса

M_C - Факультативные предметы сопутствующие обучению обязательного специального курса

N_1 - все предметы спецкурсов

N_C - все факультативные предметы сопутствующие спецкурса

А также обозначим через $x_i, \;\; i = \overline{1,6}$ число кредит-часов, распределенных между шестью группами предметов $E_1,\ E_C,\ M_1,\ M_C,\ N_1,\ N_C$. Теперь сформулируем методику для расчета показателей эффективности единицы кредит-часов для предметов x_i-го типа.

Тогда, пусть каждый из 6 групп состоит из конечного числа отдельных предметов, в частности, группа типа E_1 состоит из числа $E_1^i,\ i = \overline{1,n_1}$ предметов; E_C из $E_C^j,\ j = \overline{1,n_2}$; M_1 из $M_1^k,\ k = \overline{1,n_3}$; M_C из $M_C^l,\ l = \overline{1,n_4}$; N_1 из $N_1^s,\ s = \overline{1,n_5}$; N_C из $N_C^q,\ q = \overline{1,n_6}$

Далее покажем, что как вычисляют показателей эффективности единицы кредит-часов на уроках $i = \overline{1,n_1}$ - го типа группы E_1. Данная методика аналогичным образом переносится на другие предметы другой группы.

Предполагается что возможным определить эффективности единицы кредит-часов предметов i - го типа $E_1^i,\ i=\overline{1,n_1}$ с помощью следующих 5 основных показателей:
1. e_1^i - качественный показатель успеваемости студентов, проэкзаменованных по данному предмету;
2. e_2^i - доля спроса студентов, интересующихся данным предметом;
3. e_3^i - доля, указывающая реальные приложения и преемственности данного предмета;
4. e_4^i - доля, учитывающая степени положительного влияния самостоятельной работы по данному предмету;
5. e_5^i - показатель, зависящий от количества часов проведенных по данному занятию.

Теперь покажем, как именно подсчитать эти показатели
1. Например, в качестве e_1^1 берем качественную долю успеваемости студентов экзаменовавшихся по предмету "Математика-I".
2. В качестве e_2^1 берем, те доли студентов, интересующихся данным предметом, среди всех студентов, которые прослушали этот предмет.
3. Для расчета e_3^1 – дают 0–30 очков при оценке теоретической значимости данного предмета, 0–30 очков при оценке области приложения и практической реализуемости; 0–20 очков при учете степени влияния на другие предметы; и 0–20 очков при учете соответствия требованию специального стандарта. Таким образом, полученную сумму очков, делим на 100.
4. e_4^1 – доля студентов, которые приобрели полезные для себя знания и информации от самостоятельной работы.
5. Оценку e_5^1 выводят в соответствии следующей таблицы

часы по i-му уроку	16	32	48	64	80	96	112	128
значения e_5^1	1	0.95	0.90	0.85	0.80	0.80	0.80	0.80

На конец, средняя эффективность кредит-часов данного предмета определяется формулой

$$E_1^1=\frac{(e_1^1+e_2^1+e_3^1+e_4^1+e_5^1)}{5}=\frac{\sum\limits_{j=1}^{5}e_j^1}{5}$$

Тогда соотношения

$$\sum_{i=1}^{n_1}\frac{E_1^i}{k_i\cdot n_1}=e_1$$

назовём показателем эффективности единицы кредит-часов группы предметов E_1. Аналогично, этому можно определить показатели эффективности единицы кредит-часов для других предметов.

При этих условиях задача оптимального распределения кредит-часов между группами специальных предметов, имеющихся в учебных планах формулируется как задача целочисленного программирования в виде

$$\sum_{i=1}^{6}(e_i + p_i)x_i \Rightarrow \max \tag{2.1}$$

$$\sum_{i=1}^{6} x_i = k \tag{2.2}$$

$$\underline{x_i} \leq x_i \leq \overline{x_i}, \quad i = \overline{1,6} \tag{2.3}$$

Здесь будем считать, что $e_i + p_i \leq 1$, $\sum\limits_{i=1}^{6} \overline{x_i} \leq k$ Решив задачи методом ветвей и границ или по методу Р.Гомора, получим оптимальное решение x_i^*, $i = \overline{1,6}$.

Это означает, что при распределении кредит-часов в размерах x_i^* между группами предметов данной специальности, имеющихся в учебных планах, общий показатель эффективности кредит-часов предметов данной специальности должно быть по возможности высоко.

Список литературы

1. Шагдар Д. Мировые тенденций в руководстве математического обучения / Д. Шагдар. — Уланбатор, 2001.
2. Санжаабадам С. Завимость качества образования и развития Монгольской нации // С. Санжаабадам. — Уланбатор 2001.
3. Шагдар Д. Методические вопросы для чтения лекции в вузах / Д. Шагдар, У. Доёд // Учёные записки Монгольского госуниверситета. — 1974. — № 48.
4. Качественная статистка математического образования. — Уланбатор, 2003.
5. Исследование и качества обучения. — Тезисы докладов научной конференции преподавателей вузов. УНИТ. — Уланбатор, 2003.
6. Батценгел А. Качество обучения в вузах экономических специальностей и применение бенчмаркинга для повышения способности в конкуренции / А. Батценгел // Учёные записки. Уланбатор. — 2007. — № 7. — С. 34–49.
7. Бадам У. Оптимизация параметров для систем с разрывными правыми частями / У. Бадам, Л. Т. Ащепков // Автоматика и телемеханика. — 1979. — № 8.
8. Ковальчук О. В. Модель управления учебным процессом. Проблемы человеческого фактора в сложных технических системах ВМФ / О. В. Ковальчук // Владивосток: ТОВВМИ. — 2000. — № 4. — С. 27–32.
9. Ащепков Л. Т. Оптимальное управление дискретной системой с интервальными коэффициентами / Л. Т. Ащепков, А. С. Величко, О. В. Ковальчук // Информатика и системы управления. Благовещенск, АмГУ. — 2003. — № 1. — С. 83–92.

10. Бадам У. Проблема повышения качества высшего образования с позиций теории живучести / У. Бадам, А. Батценгел // Труды III Всероссийской конференции «Математика, информатика, управление». Иркутск. — 2004.
11. Бадам У. Перспективные технологии оценки и мониторинга качества в образовании / У. Бадам // Материалы научно-практического семинара. Владивосток. — 2003.

U. Badam, A. Batzengel

Models for improvement of quality of mathematical education in economic universities

Abstract. This paper consider mathematical models of improving mathematical training quality process based on dynamic and static models stated for economy education students who are not selected speciality on their skills. Algorithms of solving the stated problems are worked out.

Keywords: dynamic and static models, control parameter, mathematical training quality, time set, optimal timetable, speciality selection not based on skills, mathematical subject interests, assessment of time set.