Серия «Математика»
2025. Т. 53. С. 18—34

Онлайн-доступ к журналу:
http://mathizv.isu.ru

ИЗВЕСТИЯ
Иркутского
государственного
университета

Научная статья

УДК 519.7
MSC 93-10, 93C41
DOI https://doi.org/10.26516/1997-7670.2025.53.18

Навигация беспилотных автономных аппаратов на основе регистрации и передачи наблюдений окружающего ландшафта

А. Б. Миллер[1], **К. В. Степанян**[1]✉, **Б. М. Миллер**[1], **А. К. Попов**[1]

[1] Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, Москва, Российская Федерация
✉ KVStepanyan@iitp.ru

Аннотация: Навигация по наблюдениям текущего видеоизображения является одним из наиболее перспективных средств управления беспилотными аппаратами в условиях ограниченного доступа к сигналам спутниковых систем глобального позиционирования. В режиме автономного движения простое добавление видеокамеры при отсутствии средств распознавания и интерпретации к системе инерциальной навигации не дает значимого эффекта. Поэтому извлечение навигационной информации из последовательности изображений играет ключевую роль. Важной характеристикой наблюдаемых изображений является эволюция порождаемого информационного потока, обработка которого позволяет оценить абсолютные линейные и угловые скорости аппарата, что является значительным расширением возможностей системы управления.

Ключевые слова: навигация, беспилотный аппарат, последовательность изображений, оценка скоростей

Ссылка для цитирования: Миллер А. Б., Степанян К. В., Миллер Б. М., Попов А. К. Навигация беспилотных автономных аппаратов на основе регистрации и передачи наблюдений окружающего ландшафта // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2025. Т. 53. С. 18–34.
https://doi.org/10.26516/1997-7670.2025.53.18

Research article

Navigation of Unmanned Autonomous Vehicles Based on Registration and Transmission of Observations

of the Surrounding Landscape

Alexander B. Miller[1], Karen V. Stepanyan[1]✉, Boris M. Miller[1], Alexey K. Popov[1]

[1] A. A. Kharkevich Institute for Information Transmission Problems RAS
✉ KVStepanyan@iitp.ru

Abstract: Navigation by observations of current video images is one of the most promising means for control of unmanned vehicles in conditions of limited access to signals from global positioning satellite systems. In the autonomous motion mode, simply adding a video camera in the absence of recognition and interpretation tools to the inertial navigation system does not provide a significant effect. Therefore, extracting navigation information from a sequence of images plays a key role. An important characteristic of the observed images is the evolution of the generated information flow, the processing of which allows us to estimate the absolute linear and angular velocities of the device, which is a significant expansion of the capabilities of the control system.

Keywords: navigation, unmanned vehicle, image sequence, velocity estimation

For citation: Miller B. M.,Popov A. K. Navigation of Unmanned Autonomous Vehicles Based on Registration and Transmission of Observations of the Surrounding Landscape. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2025, vol. 53, pp. 18–34. (in Russian)
https://doi.org/10.26516/1997-7670.2025.53.18

1. Введение

В последние годы количество областей человеческой деятельности, в которых используются беспилотные аппараты (БА) неуклонно возрастает. При выполнении миссий БА необходимо решать задачи навигации. Размерность набора данных, необходимого для навигации, превосходит размерность позиций наблюдаемых объектов, которые выражаются двумерными векторами в фокальной плоскости камеры. По изображениям, получаемым с камеры, можно определить только углы пеленга наблюдаемых объектов, но не расстояние до них. Отсюда возникает и вторая проблема: извлечение навигационных параметров из эволюции изображений, регистрируемых при движении.

Статья состоит из введения, трех разделов и заключения. Во втором разделе описаны методы оценивания параметров движения на основе видеопоследовательности. Третий раздел посвящен использованию «акустического потока» для навигации АНПА, который представляет собой эволюцию карт измеренных дальностей от АНПА до дна водоема, интерпретируемых как *акустические изображения*. В четвертом разде-

ле обсуждаются примеры применения описанных методов[1]. Общий итог подводится в заключении.

2. Использование оптического потока для навигации БПЛА

Современные системы передачи данных позволяют передавать изображение с бортовой камеры наземному оператору для дистанционного управления БПЛА в реальном времени. При этом камера должна формировать изображение, комфортное для оператора. Автономный полет выдвигает другие требования к бортовой камере, поскольку данные от оптической системы поступают в бортовую систему управления и возникает так называемое техническое зрение, которое иногда ближе к зрению насекомых и птиц [18]. Проблема компенсации сдвига изображения известна давно. Она особенно важна в авиационных и космических системах наблюдения, поскольку некомпенсированное движение изображения приводит к ухудшению качества изображения [4;5]. В технических системах может использоваться так называемый оптический поток (ОП), который представляет собой совокупность векторов смещений изображения и в неявном виде содержит в себе информацию о движении камеры.

2.1. Математические основы расчета оптического потока

Предполагается, что БПЛА летит над плоской поверхностью со стационарным распределением освещенности. На борту имеется жестко связанная с аппаратом камера, ориентированная в надир.

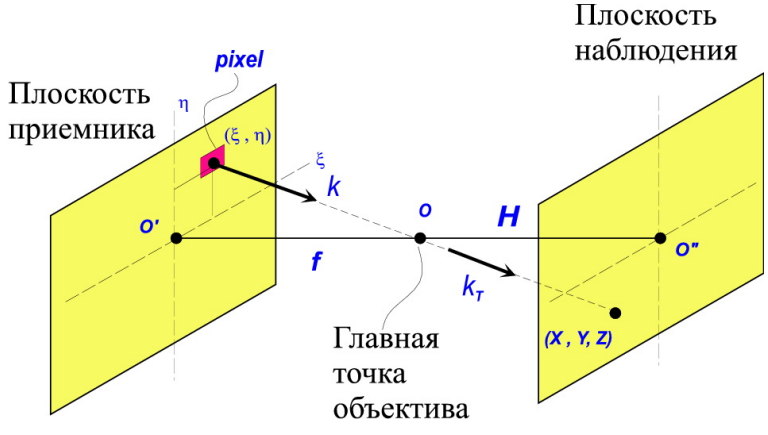

Рис. 1. Модель камеры-обскуры

[1] Материалы данной статьи частично были использованы при подготовке доклада [3]

Построение системы координат описано в работах [2; 15–17]. Так как центр системы координат находится в главной точке объектива (рис. 1), то точка изображения P' имеет координаты $(\xi, \eta, -F)$, где F — фокусное расстояние. Аналитический вид координат точки поверхности земли P можно записать, используя модель камеры-обскуры как координаты точки пересечения с плоскостью $z = 0$ оптического луча, проходящего через главную точку объектива и точку изображения P'. Тогда для локальных скоростей смещения V_ξ, V_η в точке (ξ, η), находящейся в плоскости изображения, имеются следующие соотношения [10; 17]:

$$\begin{pmatrix} V_\xi \\ V_\eta \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial \xi} & \dfrac{\partial x}{\partial \eta} \\ \dfrac{\partial y}{\partial \xi} & \dfrac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \dfrac{dx}{dt} \\ \dfrac{dy}{dt} \end{pmatrix} \Bigg|_{\substack{x = x(\xi, \eta, t), \\ y = y(\xi, \eta, t)}}, \tag{2.1}$$

где (x, y) — координаты точки на поверхности Земли, оптически сопряженной с точкой изображения (ξ, η), а зависимость от времени соответствует движению БПЛА и изменению его ориентации в пространстве.

Используя последовательность изображений во время движения камеры, можно получить уравнение, определяющее ОП. Из (2.1) следует, что скорости ОП можно выразить [10] в виде линейной функции от $V_x, V_y, V_z, \omega_p, \omega_y, \omega_r$, которая в матричном виде записывается как

$$\begin{aligned} (V_\xi, V_\eta)^{\mathrm{T}} = {} & D_1(\xi, \eta, \lambda(t), t)(V_x, V_y)^{\mathrm{T}} + D_2(\xi, \eta, \lambda(t), t)\overrightarrow{\omega}^{\mathrm{T}} + \\ & + D_3(\xi, \eta, \lambda(t), t)V_z, \end{aligned} \tag{2.2}$$

где $(\cdot)^{\mathrm{T}}$ — символ транспонирования; V_x, V_y, V_z — линейные скорости БПЛА; $\overrightarrow{\omega} = (\omega_p, \omega_y, \omega_r)^{\mathrm{T}}$ — соответствующие угловые скорости. В обозначение $\lambda(t)$ объединен набор параметров съемки, например фокусное расстояние камеры, углы наклона оптической оси камеры, высота полета. Матрицы D_1, D_2, D_3 в каждый момент времени t зависят от текущего положения БПЛА в пространстве, от координат центра пикселя (ξ, η) и от значения набора параметров λ [16; 17], которые могут оцениваться как на основе ОП, так и на основе измерений инерциальной навигационной системы (ИНС) или с использованием обоих способов одновременно.

Для небольших смещений имеет место хорошо известная формула **оптического потока** [9]:

$$\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial I}{\partial \xi} V_\xi(t) + \frac{\partial I}{\partial \eta} V_\eta(t) = 0, \tag{2.3}$$

где $I(\xi, \eta, t)$ — интенсивность сигнала.

Записав уравнения (2.2) для центра каждого пикселя (ξ, η), получаем переопределенную систему линейных уравнений, рассчитанную по

видеопоследовательности с помощью произвольного алгоритма, связывающую измеренный ОП с неизвестными линейной и угловой скоростями транспортного средства, решение которой дает нам оценку как линейных, так и угловых скоростей аппарата.

Замечание 1. В большинстве существующих подходов к использованию ОП применяются очень простые соотношения только для центра изображения и не учитывается зависимость ОП от координат пикселя в фокальной плоскости. Подход, развиваемый авторами, основан на использовании большого количества измерений. Это, в свою очередь, увеличивает количество точек измерения ОП и, следовательно, точность оценки элементов движения БПЛА.

Замечание 2. Алгоритм для получения оценки ОП может быть любым и его выбор может быть продиктован конкретной прикладной задачей. Наиболее известные алгоритмы — Лукаса-Канаде [11] и Фарнбека [8]. Обсуждение выбора алгоритма получения оценки ОП выходит за рамки данной статьи.

2.2. Оценка параметров движения БПЛА с использованием оптического потока и фильтра Калмана

В работах [15; 17] показана возможность оценки линейной и угловой скоростей на основе искусственно созданного изображения. В [16] использовались кадры реального ландшафта, снятые бортовой монокулярной камерой, с измерениями начальной высоты, полученными с помощью барометрического высотомера. По этим реальным изображениям и телеметрии оценивались линейная и угловая скорости, которые затем сравнивались с показаниями ИНС.

Полный вектор оцениваемых параметров состоит из трех координат, трех линейных скоростей, трех углов (тангаж, крен и рыскание соответственно) и трех угловых скоростей:

$$\mathbf{S}(t_i) = \{x(t_i), y(t_i), z(t_i), V_x(t_i), V_y(t_i), V_z(t_i), \\ \alpha_p(t_i), \alpha_r(t_i), \alpha_y(t_i), \omega_p(t_i), \omega_r(t_i), \omega_y(t_i)\}.$$

Каждая координата и соответствующие ей скорость и ускорение связаны кинематически. Считаем, что значения всех ускорений поступают из ИНС. Измерениями являются линейные и угловые скорости, полученные из ОП. Для нахождения оценки вектора $\mathbf{S}(t_i)$ строится стандартный дискретный фильтр Калмана [6]. Построение производится покоординатно.

Продемонстрируем построение уравнений для фильтра на примере угла рыскания α_y. Ему соответствует угловая скорость $\omega_y(t_i)$ и угловое ускорение $a_y(t_i)$. Для угла рыскания, угловой скорости рыскания и

углового ускорения по рысканию выполняются соотношения:

$$a_y(t_i) = a_y(t_{i-1}) + \omega_y(t_{i-1})\Delta t + a_y(t_{i-1})\frac{\Delta t^2}{2},$$

$$\omega_y(t_i) = \omega_y(t_{i-1}) + a_y(t_{i-1})\Delta t + W_y(t_i),$$

где $W_y(t_i)$ — белый шум с дисперсией σ_y^2.

Измерение угловой скорости рыскания с помощью ОП имеет следующий вид:

$$m_y(t_i) = \omega_y(t_i) + W_{\omega_y}(t_i),$$

где $W_{\omega_y}(t_i)$ — белый шум в измерениях угловой скорости при использовании ОП с дисперсией $\sigma_{\omega_y}^2$.

Тогда для компонент $\hat{\alpha}_y$ и $\hat{\omega}_y$ фильтр имеет следующий вид:

$$\hat{\alpha}_y(t_i) = \hat{\alpha}_y(t_{i-1}) + \hat{\omega}_y(t_{i-1})\Delta t + a_y(t_{i-1})\frac{\Delta t^2}{2},$$

$$\hat{\omega}_y(t_i) = K_{\omega_y}(t_i)m_y(t_i) + (1 - K_{\omega_y}(t_i))(\hat{\omega}_y(t_{i-1}) + a_y(t_{i-1})\Delta t),$$

$$K_{\omega_y}(t_i) = \frac{\hat{P}^{\omega_y\omega_y}(t_{i-1}) + \sigma_y^2}{\hat{P}^{\omega_y\omega_y}(t_{i-1}) + \sigma_y^2 + \sigma_{\omega_y}^2},$$

$$\hat{P}^{\omega_y\omega_y}(t_i) = \frac{\sigma_{\omega_y}^2(\hat{P}^{\omega_y\omega_y}(t_{i-1}) + \sigma_y^2)}{\hat{P}^{\omega_y\omega_y}(t_{i-1}) + \sigma_y^2 + \sigma_{\omega_y}^2}.$$

Естественно предположить, что все шумы некоррелированы. Тогда ковариационная матрица для 6-мерного вектора, составленного из линейных и угловых скоростей, является диагональной. Учитывая линейный характер кинематических связей координат с соответствующими линейными скоростями и углов с угловыми скоростями, несложно построить ковариационную матрицу размера 12×12 для полного 12-мерного вектора $\mathbf{S}(t_i)$ и матрицу взаимной ковариации размера 12×6 полного вектора и вектора измерений. В связи с громоздкостью формул матрицы не приводятся.

Таким образом, формируется оценка полного вектора параметров движения $\mathbf{S}(\cdot)$. Линейные и угловые скорости измеряются посредством ОП методами, изложенными выше, для каждого пикселя в каждом кадре, что порождает согласно (2.2) переопределенную систему линейных уравнений, решение которой дает искомую оценку. Примеры фильтров Калмана с использованием ОП можно найти, например, в [2; 16].

3. Использование «акустического потока» для навигации АНПА

Автономные необитаемые подводные аппараты (АНПА) являются мощным инструментом для исследования и разведки ресурсов океана, они могут быть использованы в самых разных океанографических, промышленных и оборонных приложениях. Проблемы навигации АНПА и современные подходы к их решению изложены в обзорной статье [13].

Использование современных многолучевых сонаров позволяет получить акустические изображения морского дна и окружающего пространства. Эту информацию можно использовать и для навигации [19; 20]. Сонары могут быть использованы для определения собственного положения АНПА по аналогии с БПЛА при сравнении регистрируемого рельефа дна с загруженной картой [20].

Сложность в том, что распределение рельефа обычно неизвестно, поэтому на первом этапе необходимо определить характеристики рельефа, его уклон. После этого можно определить смещение АНПА по эволюции измеренного профиля от кадра к кадру. Карту измеренных дальностей от АНПА до дна водоема можно интерпретировать как *акустическое изображение*. Здесь по аналогии с ОП, связывающим движение БПЛА и скорость смещения изображения в фокальной плоскости, необходимо найти соотношения, позволяющие извлечь скорость движения АНПА из последовательности *акустических изображений*, по которой можно вычислять *акустический поток* [7].

Эти соотношения определяются в форме, связывающей скорость изменения измеренной дальности рельефа со скоростями и ориентацией АНПА. Возможность проведения измерений в широком диапазоне углов дает систему уравнений, дающую связи измеренных скоростей смещения рельефа дальности со скоростями движения АНПА.

3.1. Описание 3D-измерений, проводимых АНПА

Рассмотрим следующую модель 3D-движения АНПА под водой. Эхолокатор АНПА генерирует набор измерений $L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k))$ в момент времени t_j, где (ϕ_i, θ_k) — направление (i,k)-го акустического луча, направленного для измерения расстояния до дна (рис. 2).

Пусть движение АНПА задается вектором

$$\mathbf{X}(t_j) = \begin{pmatrix} X(t_j) \\ Y(t_j) \\ Z(t_j) \end{pmatrix}.$$

Вектор $\bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)$ задает направление (i,k)-го акустического пучка:

$$\bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k) = \begin{pmatrix} e_x(\phi_i, \theta_k) \\ e_y(\phi_i, \theta_k) \\ e_z(\phi_i, \theta_k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\phi_i \cos\theta_k \\ \sin\phi_i \sin\theta_k \\ -\cos\phi_i \end{pmatrix}.$$

В момент времени t_j положение АНПА есть $\mathbf{X}(t_j)$, поэтому сигнал сонара в направлении $\bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)$ достигает дна в точке

$$\begin{pmatrix} x(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)) \\ y(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)) \\ z(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X(t_j) \\ Y(t_j) \\ Z(t_j) \end{pmatrix} + L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)) \begin{pmatrix} e_x(\phi_i, \theta_k) \\ e_y(\phi_i, \theta_k) \\ e_z(\phi_i, \theta_k) \end{pmatrix}.$$

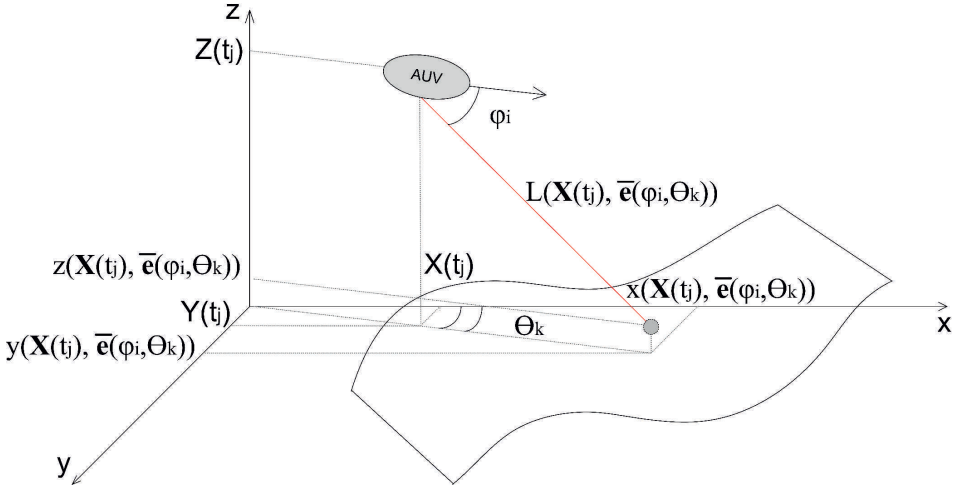

Рис. 2. Пересечение акустическим лучом $L(\mathbf{X}(t_j)\bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k))$ поверхности дна в момент времени t_j.

Предполагая профиль глубины неизвестным, но задаваемым некоторой гладкой функцией $h = h(x, y)$, можно записать:

$$\begin{aligned} &Z(t_j) + e_z(\phi_i, \theta_k) L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)) = \\ &= h\big[X(t_j) + e_x(\phi_i, \theta_k) L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)), \\ &\quad Y(t_j) + e_y(\phi_i, \theta_k) L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k))\big]. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Дифференцируя это уравнение по t получаем:

$$\frac{dZ}{dt} + e_z \frac{dL}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x}\left(\frac{dX}{dt} + e_x \frac{dL}{dt}\right) + \frac{\partial h}{\partial y}\left(\frac{dY}{dt} + e_y \frac{dL}{dt}\right). \tag{3.2}$$

Это уравнение описывает связь скоростей аппарата с производными измеренной дальности для каждого из акустических излучателей. Данное уравнение является основным, и хотя только из этого скалярного

уравнения определить значения производных невозможно, но можно применить подход, сходный с применяемым к ОП. Действительно, для каждого из излучателей скорости движения аппарата одинаковы, поэтому, используя всю совокупность измерений, мы получаем переопределенную систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных скоростей.

3.2. Оценивание скорости АНПА по «акустическому потоку»

В уравнении (3.2) величины $\frac{dX}{dt}, \frac{dY}{dt}, \frac{dZ}{dt}$ задают скорости АНПА по осям x, y, z соответственно. Отметим, что пока еще не определены производные профиля дна, нахождение которых является необходимым для оценки скоростей аппарата.

Как следует из (3.2), необходимо найти $\frac{dL}{dt}$, $\frac{\partial h}{\partial x}$,: $\frac{\partial h}{\partial y}$. Приведем описание алгоритма для их нахождения.

1) Производная $\frac{dL}{dt}$ вычисляется по парам соседних по времени измерений лучей в одинаковых направлениях $L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k))$ и $L(\mathbf{X}(t_{j+1}), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k))$.

2) Для нахождения частных производных $\frac{\partial h}{\partial x}$, $\frac{\partial h}{\partial y}$ необходимо выполнить следующие шаги:

   а) Составим систему, находя частные производные $\frac{\partial}{\partial e_x}$, $\frac{\partial}{\partial e_y}$ и $\frac{\partial}{\partial e_z}$ от выражения (3.1). После перегруппировки элементов каждой строки систему можно привести к следующему виду:

$$\frac{\partial h}{\partial x}\left(L + e_x\frac{\partial L}{\partial e_x}\right) + \frac{\partial h}{\partial y}\left(L\frac{\partial e_y}{\partial e_x} + e_y\frac{\partial L}{\partial e_x}\right) = \frac{\partial e_z}{\partial e_x}L + e_z\frac{\partial L}{\partial e_x},$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}\left(L\frac{\partial e_x}{\partial e_y} + e_x\frac{\partial L}{\partial e_y}\right) + \frac{\partial h}{\partial y}\left(L + e_y\frac{\partial L}{\partial e_y}\right) = \frac{\partial e_z}{\partial e_y}L + e_z\frac{\partial L}{\partial e_y},$$

$$\frac{\partial h}{\partial x}\left(e_x\frac{\partial L}{\partial e_z} + \frac{\partial e_x}{\partial e_z}L\right) + \frac{\partial h}{\partial y}\left(e_y\frac{\partial L}{\partial e_z} + \frac{\partial e_y}{\partial e_z}L\right) = e_z\frac{\partial L}{\partial e_z} + L.$$

   Заметим, что эта система имеет вид

$$A\left(\frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}\right)^{\mathrm{T}} = B, \tag{3.3}$$

в которой элементы матриц A и B и найденные производные зависят от углов лучей (ϕ_i, θ_k), т.е. $A = A(\phi_i, \theta_k)$, $B = B(\phi_i, \theta_k)$, $\dfrac{\partial h}{\partial x} = \dfrac{\partial h}{\partial x}\Big|_{(\phi_i,\theta_k)}$, $\dfrac{\partial h}{\partial y} = \dfrac{\partial h}{\partial y}\Big|_{(\phi_i,\theta_k)}$.

б) В выражения для коэффициентов матриц A и B также входят производные от дальности, для которых можно использовать приближенные выражения:

$$\frac{\partial L}{\partial e_x} = \frac{L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)) - L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_{i-1}, \theta_k))}{e_x(\phi_i, \theta_k) - e_x(\phi_{i-1}, \theta_k)},$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_y} = \frac{L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)) - L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_{k-1}))}{e_x(\phi_i, \theta_k) - e_x(\phi_i, \theta_{k-1})},$$

$$\frac{\partial L}{\partial e_z} = (L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_{i-1}, \theta_k)) - L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_{i-1}, \theta_{k-1}))+$$

$$+L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_{k-1})) - L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)))\times$$

$$\times \frac{e_z(\phi_i, \theta_k)}{e_x(\phi_i, \theta_k)\Delta e_x + e_y(\phi_i, \theta_k)\Delta e_y}.$$

В свою очередь, приращения Δe_x и Δe_y вычисляются по формулам:

$$\Delta e_x = e_x(\phi_i, \theta_k) - e_x(\phi_{i-1}, \theta_k),$$
$$\Delta e_y = e_y(\phi_i, \theta_k) - e_y(\phi_i, \theta_{k-1}).$$

Записав уравнение (3.3) для каждого луча (ϕ_i, θ_k), получаем переопределенную систему относительно переменных $\dfrac{\partial h}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial h}{\partial y}$, в которых значения этих производных одинаковы.

в) Решение системы (3.3) имеет вид

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}\right)^{\mathrm{T}} = [A^{\mathrm{T}}A]^{-1}[A^{\mathrm{T}}B]. \tag{3.4}$$

3) Вычислив $\dfrac{\partial h}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial h}{\partial y}$ с помощью (3.4), можно найти решения для скоростей АНПА — $\dfrac{dX}{dt}$, $\dfrac{dY}{dt}$, $\dfrac{dZ}{dt}$. Для этого выполним следующие действия:

а) Запишем производные из (3.2) через приращения:

$$\Delta Z(t_j) - \frac{\partial h}{\partial x}\Delta X(t_j) - \frac{\partial h}{\partial y}\Delta Y(t_j) = \\ = -\Delta L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)) \left(e_z(\phi_i, \theta_k) - \frac{\partial h}{\partial x} e_x(\phi_i, \theta_k) - \frac{\partial h}{\partial y} e_y(\phi_i, \theta_k) \right)$$

б) Сами приращения $\Delta X(t_j), \Delta Y(t_j), \Delta Z(t_j)$ найдем с помощью метода наименьших квадратов, минимизируя критерий:

$$\sum_{i=1}^{N} \left(\Delta \hat{Z}(t_j) - \frac{\partial h}{\partial x}\Delta \hat{X}(t_j) - \frac{\partial h}{\partial y}\Delta \hat{Y}(t_j) - \right. \\ \left. - M\Delta L(\mathbf{X}(t_j), \bar{\mathbf{e}}(\phi_i, \theta_k)) \right)^2 \to \min_{\Delta \hat{X}(t_j), \Delta \hat{Y}(t_j), \Delta \hat{Z}(t_j)},$$

где для сокращения записи применено обозначение

$$M = -e_z(\phi_i, \theta_k) + \frac{\partial h}{\partial x} e_x(\phi_i, \theta_k) + \frac{\partial h}{\partial y} e_y(\phi_i, \theta_k).$$

Таким образом, наблюдения эволюции измерений окружающего ландшафта (ОП для БПЛА и акустического потока для АНПА) несут информацию об абсолютной скорости движения БА, и в свою очередь, являются информативными измерениями для оценки положения БА и успешного решения задачи навигации с помощью применения методов стохастической теории фильтрации.

3.3. Модель 3D-движения АНПА и фильтрация

Рассмотрим следующую модель движения АНПА:

$$\mathbf{X}(t_j) = \mathbf{X}(t_{j-1}) + \mathbf{V}(t_{j-1})\Delta t + \mathbf{a}(t_{i-1})\frac{\Delta t^2}{2},$$

$$\mathbf{V}(t_j) = \mathbf{V}(t_{j-1}) + \mathbf{a}(t_{j-1})\Delta t + \mathbf{W}(t_j),$$

где $\mathbf{V}(t_j) = (V_x(t_j), V_y(t_j), V_z(t_j))^{\mathrm{T}} = \left(\frac{dX}{dt}, \frac{dY}{dt}, \frac{dZ}{dt} \right)^{\mathrm{T}}$ — скорости АНПА, $\mathbf{a}(t_j) = (a_x(t_j), a_y(t_j), a_z(t_j))^{\mathrm{T}}$ — ускорения АНПА, получаемые от ИНС, $\mathbf{W}(t_j) = (\sigma_{\mathbf{x}} W_x(t_j), \sigma_{\mathbf{y}} W_y(t_j), \sigma_{\mathbf{z}} W_z(t_j))^{\mathrm{T}}$ — текущие возмущения в движении АНПА.

В качестве измерений будем использовать оценки элементов движения АНПА, получаемые Калмановской фильтрацией уравнений динамики:

$$\mathbf{m}_V(t_j) = \mathbf{V}(t_j) + \mathbf{W}_V(t_j),$$

где $\mathbf{W}_V(t_j) = \left(\sigma_{\mathbf{Vx}} W_{V_x}(t_j), \sigma_{\mathbf{Vy}} W_{V_y}(t_j), \sigma_{\mathbf{Vz}} W_{V_z}(t_j)\right)^{\mathrm{T}}$ — шум в измерениях скоростей АНПА. Ковариационная матрица для вектора $\mathbf{V}$ является диагональной в силу предположения о некоррелированности шумов. Тогда фильтр будет иметь вид

$$\hat{\mathbf{X}}(t_j) = \hat{\mathbf{X}}(t_{j-1}) + \hat{\mathbf{V}}(t_{j-1})\Delta t + \mathbf{a}(t_{j-1})\frac{\Delta t^2}{2},$$

$$\hat{\mathbf{V}}(t_j) = \mathbf{K}_V(t_j)\mathbf{m}_V(t_j) + (1 - \mathbf{K}_V(t_j))(\hat{\mathbf{V}}(t_{j-1}) + \mathbf{a}(t_{j-1})\Delta t),$$

$$\mathbf{K}_V(t_j) = \begin{pmatrix} K_{V_x}(t_j) \\ K_{V_y}(t_j) \\ K_{V_z}(t_j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\hat{P}^{V_xV_x}(t_{j-1}) + \sigma_x^2}{\hat{P}^{V_xV_x}(t_{j-1}) + \sigma_x^2 + \sigma_{V_x}^2} \\ \dfrac{\hat{P}^{V_yV_y}(t_{j-1}) + \sigma_y^2}{\hat{P}^{V_yV_y}(t_{j-1}) + \sigma_y^2 + \sigma_{V_y}^2} \\ \dfrac{\hat{P}^{V_zV_z}(t_{j-1}) + \sigma_z^2}{\hat{P}^{V_zV_z}(t_{j-1}) + \sigma_z^2 + \sigma_{V_z}^2} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \hat{P}^{V_xV_x}(t_j) \\ \hat{P}^{V_yV_y}(t_j) \\ \hat{P}^{V_zV_z}(t_j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\sigma_{V_x}^2(\hat{P}^{V_xV_x}(t_{j-1}) + \sigma_x^2)}{\hat{P}^{V_xV_x}(t_{j-1}) + \sigma_x^2 + \sigma_{V_x}^2} \\ \dfrac{\sigma_{V_y}^2(\hat{P}^{V_yV_y}(t_{j-1}) + \sigma_y^2)}{\hat{P}^{V_yV_y}(t_{j-1}) + \sigma_y^2 + \sigma_{V_y}^2} \\ \dfrac{\sigma_{V_z}^2(\hat{P}^{V_zV_z}(t_{j-1}) + \sigma_z^2)}{\hat{P}^{V_zV_z}(t_{j-1}) + \sigma_z^2 + \sigma_{V_z}^2} \end{pmatrix}.$$

По аналогии с задачами для БПЛА, используя полученные на предыдущем этапе оценки скоростей, решаем задачу фильтрации для получения оценки положения АНПА, в которой оценки скоростей выступают в роли наблюдений.

4. Примеры применения математического аппарата оценки скоростей по эволюции изображений

Использование ОП в качестве дополнительного средства измерения высоты для автономных БПЛА обусловлено высокой погрешностью традиционных методов на малых высотах. Было проведено исследование применимости предлагаемого подхода при снижении автономного БПЛА по глиссаде. Сложность данной задачи состоит в том, что при снижении с 300 до 30 м и ниже ОП возрастает в десятки раз. В [2] исследована задача посадки автономного БПЛА по глиссаде на

смоделированном изображении ландшафта. Для виртуальной камеры, которая могла менять параметр FPS (частота съемки, кадров в секунду), точность увеличивается с увеличением частоты кадров, что можно объяснить увеличением плавности ОП.

В [14] изменялось виртуальное разрешение камеры путем объединения соседних пикселей в новый виртуальный пиксель с пересчетом значений. Очевидно, что при такой процедуре общее количество пикселей уменьшается, но такую операцию можно выполнить всегда. При этом параметр FPS оставался без изменений. Удалось добиться достоверной оценки высоты при спуске с 300 до 5 м с помощью переключения вариантов усреднения пикселей от 2×2 до 16×16 в зависимости от текущей высоты и уровня шума ОП. Наблюдалось, что на самых малых высотах ОП с высоким уровнем разрешения становится хаотичным и неинформативным.

В случае неисправности высотомера имеется возможность оценивать высоту с помощью ОП. Однако необходимо учитывать, что оценка ОП по реальной видеопоследовательности требует адаптации параметров съемки к условиям полета. В качестве критерия для переключения усреднения пикселей удобно использовать либо расчетную высоту, либо разницу между расчетным и измеренным значением ОП [14].

Алгоритм для оценки скорости АНПА для двумерного случая подробно описан в работе [1]. Тот же подход был успешно применен и для трехмерного случая [12]. Результаты моделирования подтверждают жизнеспособность предлагаемого подхода. Следует отметить, что в отличие от БПЛА сонары могут быть распределены вдоль корпуса судна, в этом случае необходимо учитывать их расположение и порядок генерации акустических импульсов.

5. Заключение

В статье рассмотрены задачи оценивания скоростей по наблюдениям последовательностей разнородных физических сигналов, а именно видеопоследовательностей для БПЛА и последовательностей карт дальности, полученных многолучевым сонаром АНПА. Особую актуальность изложенные методы приобретают в случае, когда внешний сигнал от систем позиционирования, таких как GPS или GLONASS, становится недоступным. Для АНПА эта ситуация не является исключительной, поскольку для использования спутниковой информации необходимы, как правило, дополнительные устройства для получения и ретрансляции таких сигналов.

Несмотря на различную физическую природу получаемых данных, каждый элемент в этих последовательностях «изображений» на приемнике сигнала с математической точки зрения представляет собой

двумерную функцию от координат. Смещение соседних изображений косвенно содержит в себе информацию о параметрах движения аппарата. Отдельно подчеркнем сходство уравнений (2.3) и (3.2).

Поскольку количество элементов «изображений» существенно превосходит число оцениваемых параметров, то, записав уравнения для каждого пикселя в каждом кадре, получаем переопределенную систему линейных алгебраических уравнений для определения параметров движения аппарата. Решение этой системы позволяет найти оценки скоростей БА, которые используются в задаче фильтрации для получения оценок положения БА, что позволяет успешно решить задачу навигации.

Список источников

1. Миллер А., Миллер Б. Определение скорости АНПА при помощи акустического зондирования профиля дна // Информационные процессы. 2017. Т. 17, № 3. С. 165–171.
2. Навигация БПЛА на основе последовательностей изображений, регистрируемых бортовой видеокамерой / А. Б. Миллер, Б. М. Миллер, А. К. Попов, К. В. Степанян // Автоматика и телемеханика. 2017. № 12. С. 141–153. https://doi.org/10.1134/S0005117917120098
3. Управление автономными подвижными средствами по наблюдениям окружающего ландшафта / А. Б. Миллер, Б. М. Миллер, А. К. Попов, К. В. Степанян // XIV Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2024). М. : ИПУ РАН, 2024. С. 1929–1933.
4. Миллер Б. М., Федченко Г. И., Морскова М. Н. Расчет сдвига изображения при панорамном фотографировани // Известия ВУЗов. Геодезия и Аэрофотосъемка. 1984. № 4. С. 81–89.
5. Миллер Б. М., Федченко Г. И. Влияние ошибок ориентации носителя на сдвиг изображения при фотографировании с движущегося объекта // Известия вузов. Геодезия и Аэрофотосъемка. 1984. № 5. С. 75–80.
6. Пугачев В. С., Синицын И. Н. Стохастические дифференциальные системы. М. : Наука, 1985. 559 с.
7. Оптический поток в задачах навигации и управления беспилотными автономными средствами / К. В. Степанян, А. К. Попов, А. Б. Миллер, Б. М. Миллер // Информационные процессы. 2023. Т. 23, № 4. С. 526–544.
8. Farnebäck G. Fast and Accurate Motion Estimation using Orientation Tensors and Parametric Motion Models // Proceedings of 15th International Conference on Pattern Recognition (ICPR-2000). Barcelona, Spain : IEEE, 2000. Vol. 1. P. 135–139. https://doi.org/10.1109/ICPR.2000.905291
9. Horn B. K. P., Schunck B. G. Determining Optical Flow // Artificial Intelligence. 1981. Vol. 17. P. 185–203. https://doi.org/10.1016/0004-3702(81)90024-2
10. Kistlerov V.L., Kitsul P. I., Miller B. M. Computer-aided design of the optical devices control systems based on the language of algebraic computation FLAC // Mathematics and Computers in Simulation. 1991. Vol. 33, N 4. P. 303–307. https://doi.org/10.1016/0378-4754(91)90109-G
11. Lucas B., Kanade T. An iterative image registration technique with an application to stereo vision // IJCAI'81 Proceedings of 7^{th} International Joint Conference on Artificial Intelligence. Vancouver, Canada. 1981. Vol. 2. P. 674–679.

12. Miller A., Miller B., Miller G. AUV navigation with seabed acoustic sensing // 2018 Australian & New Zealand Control Conference (ANZCC). Melbourne, VIC, Australia : IEEE, 2018. P. 166–171. http://doi.org/10.1109/ANZCC.2018.8606561
13. Miller A., Miller B., Miller G. Navigation of Underwater Drones and Integration of Acoustic Sensing with Onboard Inertial Navigation System // Drones. 2021. Vol. 83, N 5. https://doi.org/10.3390/drones5030083
14. UAV Landing Based on the Optical Flow Videonavigation / A. Miller, B. Miller, A. Popov, K. Stepanyan // Sensors. 2019. Vol. 19, N 6. Art. 1351. https://doi.org/10.3390/s19061351
15. Estimation of velocities via Optical Flow / A. Popov, A. Miller, B. Miller, K. Stepanyan // 2016 International Conference on Robotics and Machine Vision. Moscow, Russia : SPIE, 2016. P. 1025303. http://doi.org/10.1117/12.2266365
16. Optical Flow and Inertial Navigation System Fusion in UAV Navigation / A. Popov, A. Miller, B. Miller, K. Stepanyan // Proc. SPIE 9986, International Conference Defence and Security, Unmanned/Unattended Sensors and Sensor Networks XII. Edinburgh, United Kingdom : SPIE, 2016. P. 998606. https://doi.org/10.1117/12.2241204
17. Optical Flow as a Navigation Means for UAVs with Opto-electronic Cameras / A. Popov, B. Miller, A. Miller, K. Stepanyan // Proc. 56 Israel Annual Conf. Aerospace Sciences. Tel-Aviv and Haifa, Israel. March 9-10, 2016. ThL2T5.2.
18. Sebesta K., Baillieul J. Animal-inspired agile flight using optical flow sensing // 2012 IEEE 51st Conference on Decision and Control (CDC). Maui, HI, USA: IEEE, 2012. P. 3727–3734. https://doi.org/10.1109/CDC.2012.6426163
19. Autonomous Underwater Unmanned Vehicular Recovery System based on Low-Cost Inter-Aural Time Differentiation Passive Sonar / P. Singh, A. Sehgal, P. Shah, J. Kadarusman // Proceedings of 2007, Mediteranian Conference on Control and Automation. Athens, Greece: IEEE, 2007. P. 1–5. https://doi.org/10.1109/MED.2007.4433687
20. Song Z., Bian H., Zielinski A. Application of acoustic image processing in underwater terrain aided navigation // Ocean Engineering. 2016. Vol. 121. P. 279–290. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2016.05.039

References

1. Miller A., Miller B. About navigation of the AUV on the basis of seabed acoustic sensing. *Information Processes*, 2017, vol. 17, no. 3, pp. 165–171.
2. Miller B.M., Stepanyan K.V., Popov A.K., Miller A.B. UAV Navigation Based on Videosequences Captured by the Onboard Video Camera. *Automation and Remote Control*, 2017, vol. 78, no. 12, pp. 2211–2221. https://doi.org/10.1134/S0005117917120098
3. Miller A.B., Miller B.M., Popov A.K., Stepanyan K.V. Control of autonomous vehicles based on observations of the surrounding landscape. *XIV All-Russia Control Conference (VSPU–2024)*. Moscow, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of RAS, 2024, pp. 1929–1933.
4. Miller B.M., Fedchenko G.I., Morskova M.N. Computation of the image motion shift at panoramic photography. *Izvestia vuzov. Geodesy and aerophotography*, 1984, no. 4, pp. 81–89.
5. Miller B.M., Fedchenko G.I. Effect of the attitude errors on image motion shift at photography from moving aircraft. *Izvestia vuzov. Geodesy and aerophotography*, 1984, no. 5, pp. 75–80.

6. Pugachev V.S., Sinitsyn I.N. *Stochastic Differential Systems. Analysis and Filtering.* Wiley, 1987, 570 p.
7. Stepanyan K.V., Popov A.K., Miller A.B., Miller B.M. Optical flow in navigation and control problems of autonomous unmanned vehicles. *Information Processes*, 2023, vol. 23, no. 4, pp. 526–544.
8. Farnebäck G. Fast and Accurate Motion Estimation using Orientation Tensors and Parametric Motion Models. *Proceedings of 15th International Conference on Pattern Recognition (ICPR-2000). Barcelona, Spain, IEEE, 2000*, vol. 1, pp. 135–139. https://doi.org/10.1109/ICPR.2000.905291
9. Horn B.K.P., Schunck B.G. Determining Optical Flow. *Artificial Intelligence*, 1981, vol. 17, pp. 185–203. https://doi.org/10.1016/0004-3702(81)90024-2
10. Kistlerov V.L., Kitsul P.I., Miller B.M. Computer-aided design of the optical devices control systems based on the language of algebraic computation FLAC. *Mathematics and Computers in Simulation*, 1991, vol. 33, no. 4, pp. 303–307. https://doi.org/10.1016/0378-4754(91)90109-G
11. Lucas B., Kanade T. An iterative image registration technique with an application to stereo vision. *IJCAI'81 Proceedings of* 7^{th} *International Joint Conference on Artificial Intelligence.* Vancouver, Canada, 1981, 2, pp. 674–679.
12. Miller A., Miller B., Miller G. AUV navigation with seabed acoustic sensing. *2018 Australian & New Zealand Control Conference (ANZCC).* Melbourne, VIC, Australia, IEEE, 2018, pp. 166–171. http://doi.org/10.1109/ANZCC.2018.8606561
13. Miller A., Miller B., Miller G. Navigation of Underwater Drones and Integration of Acoustic Sensing with Onboard Inertial Navigation System. *Drones,* 2021, vol. 83, no. 5. https://doi.org/10.3390/drones5030083
14. Miller A., Miller B., Popov A., Stepanyan K. UAV Landing Based on the Optical Flow Videonavigation. *Sensors*, 2019, vol. 19, no. 6, 1351. https://doi.org/10.3390/s19061351
15. Popov A., Miller A., Miller B., Stepanyan K. Estimation of velocities via Optical Flow. *2016 International Conference on Robotics and Machine Vision.* Moscow, Russia, SPIE, 2016, p. 1025303. http://doi.org/10.1117/12.2266365
16. Popov A., Miller A., Miller B., Stepanyan K. Optical Flow and Inertial Navigation System Fusion in UAV Navigation. *Proc. SPIE 9986, International Conference Defence and Security, Unmanned/Unattended Sensors and Sensor Networks XII.* Edinburgh, United Kingdom, SPIE, 2016, p. 998606. https://doi.org/10.1117/12.2241204
17. Popov A., Miller B., Miller A., Stepanyan K. Optical Flow as a Navigation Means for UAVs with Opto-electronic Cameras. In *Proc. 56 Israel Annual Conf. Aerospace Sciences.* Tel-Aviv and Haifa, Israel, March 9-10, 2016, ThL2T5.2.
18. Sebesta K., Baillieul J. Animal-inspired agile flight using optical flow sensing. *2012 IEEE 51st Conference on Decision and Control (CDC).* Maui, HI, USA, IEEE, 2012, pp. 3727–3734. https://doi.org/10.1109/CDC.2012.6426163
19. Singh P., Sehgal A., Shah P., Kadarusman J. Autonomous Underwater Unmanned Vehicular Recovery System based on Low-Cost Inter-Aural Time Differentiation Passive Sonar. *Proceedings of 2007, Mediteranian Conference on Control and Automation.* Athens, Greece, IEEE, 2007, pp. 1–5. https://doi.org/10.1109/MED.2007.4433687
20. Song Z., Bian H., Zielinski A. Application of acoustic image processing in underwater terrain aided navigation. *Ocean Engineering*, 2016, vol. 121, pp. 279–290. https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2016.05.039

Об авторах

Миллер Александр Борисович, канд. техн. наук, Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, 127051, Москва, Российская Федерация, amiller@iitp.ru, https://orcid.org/0000-0003-3453-1718

Степанян Карен Вартанович, канд. физ.-мат. наук, доц., Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, 127051, Москва, Российская Федерация, ИППИ РАН, KVStepanyan@iitp.ru, https://orcid.org/0000-0001-7636-2030

Миллер Борис Михайлович, д-р физ.-мат. наук, проф., Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, 127051, Москва, Российская Федерация, bmiller@iitp.ru, https://orcid.org/0000-0002-9309-1129

Попов Алексей Константинович, Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, 127051, Москва, Российская Федерация, ap@iitp.ru, https://orcid.org/0000-0002-2690-2198

About the authors

Alexander B. Miller, Cand. Sci. (Eng.), Institute for Information Transmission Problems RAS, Moscow, 127051, Russian Federation, amiller@iitp.ru, https://orcid.org/0000-0003-3453-1718

Karen V. Stepanyan, Cand. Sci. (Phys.-Math), Assoc. Prof., Institute for Information Transmission Problems RAS, 127051, Moscow, Russian Federation, KVStepanyan@iitp.ru, https://orcid.org/0000-0001-7636-2030

Boris M. Miller, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Institute for Information Transmission Problems RAS, 127051, Moscow, Russia, bmiller@iitp.ru, https://orcid.org/0000-0002-9309-1129

Alexey K. Popov, Institute for Information Transmission Problems RAS, 127051, Moscow, Russia, ap@iitp.ru, https://orcid.org/0000-0002-2690-2198

Поступила в редакцию / Received 20.09.2024
Поступила после рецензирования / Revised 29.11.2024
Принята к публикации / Accepted 06.12.2024