АЛГЕБРО-ЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ИНФОРМАТИКЕ И ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

ALGEBRAIC AND LOGICAL METHODS IN COMPUTER SCIENCE AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE

Серия «Математика»
2023. Т. 44. С. 71—81

Онлайн-доступ к журналу:
http://mathizv.isu.ru

ИЗВЕСТИЯ
Иркутского
государственного
университета

Научная статья

УДК 512.54
MSC 20E25
DOI https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.44.71

Локально конечные группы, насыщенные прямым произведением двух конечных групп диэдра

А. В. Кухарев[1], **А. А. Шлепкин**[1]✉

[1] Сибирский федеральный университет, Красноярск, Российская Федерация
✉ shlyopkin@mail.ru

Аннотация. При изучении бесконечных групп, как правило, накладывают некоторые условия конечности. Например, требуют, чтобы группа была периодической, группой Шункова, группой Фробениуса, локально конечной группой. Понятие насыщенности позволяет эффективно устанавливать внутреннее строение различных классов бесконечных групп. К настоящему времени получен большой массив результатов о группах, насыщенных различными классами конечных групп. Еще одним важным направлением в исследованиях групп с условиями насыщенности является изучение групп, насыщенных прямыми произведениями различных групп. Получено частичное решение вопроса Б. Амберга и Л. С. Казарина о периодических группах, насыщенных группами диэдра, в классе локально конечных групп. Установлено строение локально конечной группы, насыщенной прямым произведением двух конечных групп диэдра, и доказано, что в этом случае группа будет разрешимой. Полученный результат является важным шагом на пути решения вопроса Амберга и Казарина.

Ключевые слова: локально конечная группа, прямое произведение групп, группа диэдра, насыщенность заданным множеством групп

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 19–71–10017–П).

Ссылка для цитирования: Кухарев А. В., Шлепкин А. А. Локально конечные группы, насыщенные прямым произведением двух конечных групп диэдра // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2023. Т. 44. С. 71–81.
https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.44.71

Research article

Locally Finite Groups Saturated with Direct Product of Two Finite Dihedral Groups

Andrei V. Kukharev[1], **Aleksei A. Shlepkin**[1✉]

[1] Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russian Federation
✉ shlyopkin@mail.ru

Abstract. In the study of infinite groups, as a rule, some finiteness conditions are imposed. For example, the group is required to be periodic, Shunkov group, Frobenius group, locally finite group. The concept of saturation makes it possible to effectively establish the internal structure of various classes of infinite groups. To date, a large array of results on groups saturated with various classes of finite groups has been obtained. Another important direction in the study of groups with saturation conditions is the study of groups saturated with direct products of various groups. In this paper, a partial solution to the problem of B. Amberg and L.S. Kazarin on periodic groups saturated with dihedral groups in the class of locally finite groups. The structure of a locally finite group saturated with a direct product of two finite dihedral groups is established and it is proved that in this case the group is solvable. The result obtained is an important step towards solving the problem of Amberg and Kazarin.

Keywords: locally finite group, direct product of groups, dihedral group, saturation with a given set of groups

Acknowledgements: The study was financially supported by the Russian Science Foundation (Project No. 19-71-10017).

For citation: Kukharev A. V., Shlepkin A. A. Locally Finite Groups Saturated with Direct Product of Two Finite Dihedral Groups. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2023, vol. 44, pp. 71–81. (in Russian)
https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.44.71

1. Введение

Пусть $\Re$ — множество групп. Будем говорить, что группа G *насыщена* группами из $\Re$, если любая конечная подгруппа из G содержится в подгруппе группы G, изоморфной некоторой группе из $\Re$ [6]. При изучении групп с различными условиями конечности с помощью понятия насыщенности удобно устанавливать строение бесконечных групп.

Это обусловлено следующим обстоятельством. Наличие у группы насыщающего множества позволяет масштабировать некоторые свойства конечных групп на бесконечные группы, в том числе свойства хорошо изученых конечных простых неабелевых групп, групп Фробениуса и других классов конечных групп. Это утверждение хорошо иллюстрируют полученные в последние годы результаты о группах 2-ранга 2, группах содержащих сильно вложенную подгруппу, группах, насыщенных группами Фробениуса [2–5].

В [1] поставлен Вопрос 1 (Л.С. Казарин, Б. Амберг):

Будет ли разрешимой периодическая группа, у которой любая конечная подгруппа содержится в подгруппе, изоморфной прямому произведению d конечных групп диэдра? В случае $d = 1$ это так.

Для случая $d = 2$ доказана следующая

Теорема. *Пусть p — фиксированное простое нечетное число, и G — локально конечная группа, насыщенная группами из множества*

$$\mathfrak{M} = \{D_i \times R_i \mid i = 1, 2, ...\},$$

где D_i, R_i — конечные группы диэдра вида

$$D_i = D_i^1 \leftthreetimes \langle t_i^1 \rangle, R_i = R_i^1 \leftthreetimes \langle v_i^1 \rangle,$$

D_i^1, R_i^1 — p-группы, t_i^1, v_i^1 — инволюции, для любого $d \in D_i^1$, $d^{t_i^1} = d^{-1}$, для любого $r \in R_i^1$, $r^{v_i^1} = r^{-1}$. Тогда

$$G = D \times R,$$

где $D = D_1 \leftthreetimes \langle t \rangle$, $R = R_1 \leftthreetimes \langle v \rangle$, где D_1, R_1 — локально циклические p-группы, t, v — инволюции, для любого $d \in D_1$, $d^t = d^{-1}$, для любого $r \in R_1$, $r^v = r^{-1}$. В частности, G — разрешимая группа.

2. Определения, известные факты

Определение 1. *Пусть G – группа, K – подгруппа G, $\mathfrak{X}$ – множество групп. Через $\mathfrak{X}_G(K)$ будем обозначать множество всех подгрупп группы G, содержащих K и изоморфных группам из $\mathfrak{X}$. Если 1 – единичная подгруппа группы G, то $\mathfrak{X}_G(1)$ будет обозначать множество всех подгрупп группы G, изоморфных группам из $\mathfrak{X}$. Если из контекста ясно, о какой группе идет речь, то вместо $\mathfrak{X}_G(K)$ будем писать $\mathfrak{X}(K)$ и, соответственно, вместо $\mathfrak{X}_G(1)$ будем писать $\mathfrak{X}(1)$.*

Предложение 1. *[9, теорема 3]. Если в периодической группе G некоторая силовская 2-подгруппа конечна, то все силовские 2-подгруппы группы G конечны и сопряжены.*

Предложение 2. *[8, теорема 2]. В бесконечной 2-группе G любая конечная подгруппа отлична от своего нормализатора. В частности, G содержит бесконечную локально конечную подгруппу.*

Предложение 3. *[7]. Локально конечная группа с условием минимальности – черниковская.*

3. Доказательство теоремы

Доказательство. Предположим обратное, и пусть G — контрпример к утверждению теоремы.

Лемма 1. *G — бесконечная локально конечная группа.*

Доказательство. Действительно, в противном случае по условию теоремы для некоторого i

$$G \simeq (D_i \times R_i) = (D_i^1 \leftthreetimes \langle t_i^1 \rangle) \times (R_i^1 \leftthreetimes \langle v_i^1 \rangle),$$

где D_i^1, R_i^1 — p-группы, t_i^1, v_i^1 — инволюции, для любого $d \in D_i^1$, $d^{t_i^1} = d^{-1}$, а для любого $r \in R_i^1$, $r^{v_i^1} = r^{-1}$. Противоречие с тем, что G — контрпример.

Лемма доказана.

Лемма 2. *Все p-элементы группы G порождают абелеву p-подгруппу P ранга 2.*

Доказательство. Возьмем два различных p-элемента a, b из G. Так как G — локально конечная группа, то $\langle a, b \rangle$ — конечная группа. По условию теоремы $\langle a, b \rangle \leqslant G_{a,b} < G$, где $G_{a,b} \simeq (D_i \times R_i)$ для некоторого i. Так как

$$D_i = D_i^1 \leftthreetimes \langle t_i^1 \rangle, R_i = R_i^1 \leftthreetimes \langle v_i^1 \rangle,$$

где D_i^1, R_i^1 — p-группы, t_i^1, v_i^1 — инволюции, для любого $d \in D_i^1, d^{t_i^1} = d^{-1}$, а для любого $r \in R_i^1, r^{v_i^1} = r^{-1}$, то

$$(D_i \times R_i) = (D_i^1 \lambda \langle t_i^1 \rangle) \times (R_i^1 \lambda \langle v_i^1 \rangle = (D_i^1 \times R_i^1) \leftthreetimes (\langle t_i^1 \rangle \times \langle v_i^1 \rangle).$$

Следовательно,

$$G_{a,b} = (D_{a,b} \leftthreetimes \langle t_{a,b} \rangle) \times (R_{a,b} \leftthreetimes \langle v_{a,b} \rangle = (D_{a,b} \times R_{a,b}) \leftthreetimes (\langle t_{a,b} \rangle \times \langle v_{a,b} \rangle),$$

где

$$(D_{a,b} \leftthreetimes \langle t_{a,b} \rangle) \simeq D_i, \ (R_{a,b} \leftthreetimes \langle v_{a,b} \rangle) \simeq R_i.$$

Очевидно, элементы a, b лежат в подгруппе $D_{a,b} \times R_{a,b}$ группы $G_{a,b}$, следовательно, перестановочны, так как подгруппа $D_{a,b} \times R_{a,b}$ абелева.

В силу произвольности выбора элементов a, b как $p-$элементов группы G получаем, что все p-элементы группы G образуют абелеву подгруппу. Обозначим ее через P.

Предположим, что ранг P больше 2. Тогда в P найдется конечная подгруппа ранга 3 — $\langle a\rangle \times \langle b\rangle \times \langle c\rangle$, где a, b, c — элементы из группы P. По условию теоремы

$$\langle a\rangle \times \langle b\rangle \times \langle c\rangle \leqslant G_{a,b,c} < G,$$

где

$$G_{a,b,c} \simeq (D_i \times R_i) = (D_i^1 \times R_i^1) \leftthreetimes (\langle t_i^1\rangle \times \langle v_i^1\rangle)$$

для некоторого i. Очевидно, группа $\langle a\rangle \times \langle b\rangle \times \langle c\rangle$ является подгруппой группы $(D_i^1 \times R_i^1)$, что невозможно, поскольку ранг последней равен 2.

Лемма доказана.

Зафиксируем подгруппу P из утверждения леммы 2.

Лемма 3. *Пусть S — силовская 2-подгруппа группы G. Тогда*

$$S = \langle t\rangle \times \langle v\rangle,$$

где t, v — инволюции с тем свойством, что

$$C_P(t) \neq 1, \quad C_P(v) \neq 1.$$

Все силовские 2-подгруппы группы G сопряжены.

Доказательство. $|K| > 4$. Пусть K — конечная 2-подгруппа группы G. По условию теоремы

$$K < G_K \in \mathfrak{M}_G(K).$$

Следовательно,

$$G_K = (D_K \leftthreetimes \langle t_K\rangle) \times (R_K \leftthreetimes \langle v_K\rangle),$$

где $D_K,\ R_K$ — p-группы, $t_K,\ v_K$ — инволюции, для любого $d \in D_K$, $d^{t_K} = d^{-1}$, а для любого $r \in R_K$, $r^{v_K} = r^{-1}$. Можно считать, что $S_K = \langle t_K\rangle) \times \langle v_K\rangle$ — силовская 2-подгруппа G_K, содержащая подгруппу K. В силу произвольности выбора K как конечной 2-подгруппы группы G получаем, что любая конечная 2-подгруппа группы G имеет порядок не более 4. По предложению 2 все силовские 2-подгруппы группы G конечны и сопряжены с S_K(предложение 1). Положим $S = S_K,\ t = t_K,\ v = v_K$. Так как $D_K \times R_K < P$, то $C_P(t) \neq 1$ и $C_P(v) \neq 1$. Лемма доказана.

Зафиксируем группу S и инволюции t, v из условия леммы 3.

Лемма 4. *Пусть* $H \in \mathfrak{M}_G(S)$, *Тогда*

$$H = (K \times M) = (K_1 \leftthreetimes \langle t \rangle) \times (M_1 \leftthreetimes \langle v \rangle),$$

где $K = K_1 \leftthreetimes \langle t \rangle, M = M_1 \leftthreetimes \langle v \rangle$, *и* K_1, M_1 *— циклические* p*-группы и для любого* $d \in K_1, d^t = d^{-1}$, *а для любого* $r \in M_1, r^v = r^{-1}$.

Доказательство. По условию теоремы

$$H = (K \times M) = (K_1 \leftthreetimes \langle t_1 \rangle) \times (M_1 \leftthreetimes \langle v_1 \rangle),$$

где $K = K_1 \leftthreetimes \langle t_1 \rangle, M = M_1 \leftthreetimes \langle v_1 \rangle$; K_1, M_1 — циклические p-группы; t_1, v_1 — инволюции; для любого $d \in K_1,\ d^{t_1} = d^{-1}$; для любого $r \in M_1,\ r^{v_1} = r^{-1}$. Следовательно,

$$H = (K_1 \times M_1) \leftthreetimes (\langle t_1 \rangle \times \langle v_1 \rangle) = (K_1 \times M_1) \leftthreetimes S,$$

и по леммам 2, 3 для некоторого $g \in (K_1 \times M_1) < P$

$$(\langle t_1 \rangle \times \langle v_1 \rangle)^g = (\langle t_1^g \rangle \times \langle v_1^g \rangle) = S = (\langle t \rangle \times \langle v \rangle).$$

Отсюда вытекает, что для инволюций t_1^g, v_1^g имеют место следующие возможности:

$$1)\ t_1^g = t,$$

$$2)\ t_1^g = v,$$

$$3)\ t_1^g = tv,$$

$$4)\ v_1^g = t,$$

$$5)\ v_1^g = v,$$

$$6)\ v_1^g = tv.$$

По лемме 3 для любого $m \in M_1,\ m^{tv} = m^{-1}$. С другой стороны, согласно условию леммы $m^{t_1^g} = m$. Противоречие. Следовательно, равенство

$$3)\ t_1^g = tv$$

невозможно.

По лемме 3 для любого $k \in K_1,\ k^{tv} = k^{-1}$. С другой стороны, согласно условию леммы $k^{v_1^g} = k$. Противоречие. Следовательно, равенство

$$6)\ v_1^g = tv$$

невозможно.

Предположим, что имеет место равенство

$$1)\ t_1^g = t.$$

Тогда однозначно имеет место равенство

$$5)\ v_1^g = v.$$

Пусть, как и выше, $m \in M_1$. Тогда

$$m^{t_1^g} = m^{(g^{-1}t_1g)} = (m^{g^{-1}})^{(t_1g)} = m^{(t_1g)} = (m^{t_1})^g = m^{t_1} = m^t = m.$$

$$m^{v_1^g} = m^{(g^{-1}v_1g)} = (m^{g^{-1}})^{(v_1g)} = m^{(v_1g)} = (m^{v_1})^g = m^{v_1} = m^v = m^{-1}.$$

Пусть теперь $k \in K_1$. Тогда

$$k^{t_1^g} = k^{(g^{-1}t_1g)} = (k^{g^{-1}})^{(t_1g)} = k^{(t_1g)} = (k^{t_1})^g = k^{t_1} = k^t = k^{-1}.$$

$$k^{v_1^g} = k^{(g^{-1}v_1g)} = (k^{g^{-1}})^{(v_1g)} = k^{(v_1g)} = (k^{v_1})^g = k^{v_1} = k^v = k^{-1}.$$

Тогда

$$H = (K \times M) = (K_1 \leftthreetimes \langle t_1\rangle) \times (M_1 \leftthreetimes \langle v_1\rangle) =$$
$$= H^g = (K^g \times M^g) = (K_1^g \leftthreetimes \langle t_1^g\rangle) \times (M_1 \leftthreetimes \langle v_1^g\rangle) =$$
$$(K_1 \leftthreetimes \langle t\rangle) \times (M_1 \leftthreetimes \langle v\rangle,$$

где $K = K_1 \leftthreetimes \langle t\rangle, M = M_1 \leftthreetimes \langle v\rangle)$, K_1, M_1 — циклические p-группы, для любого $d \in K_1$, $d^t = d^{-1}$, а для любого $r \in M_1$, $r^v = r^{-1}$, в данном случае лемма доказана.

Предположим, что имеет место равенство

$$2)\ t_1^g = v.$$

Тогда однозначно имеет место равенство

$$4)\ v_1^g = t.$$

Пусть, как и выше, $m \in M_1$. Тогда

$$m^{t_1^g} = m^{(g^{-1}t_1g)} = (m^{g^{-1}})^{(t_1g)} = m^{(t_1g)} = (m^{t_1})^g = m^{t_1} = m^v = m.$$

$$m^{v_1^g} = m^{(g^{-1}v_1g)} = (m^{g^{-1}})^{(v_1g)} = m^{(v_1g)} = (m^{v_1})^g = m^{v_1} = m^t = m^{-1}.$$

Пусть теперь $k \in K_1$. Тогда

$$k^{t_1^g} = k^{(g^{-1}t_1g)} = (k^{g^{-1}})^{(t_1g)} = k^{(t_1g)} = (k^{t_1})^g = k^{t_1} = k^v = k^{-1}.$$

$$k^{v_1^g} = k^{(g^{-1}v_1g)} = (k^{g^{-1}})^{(v_1g)} = k^{(v_1g)} = (k^{v_1})^g = k^{v_1} = k^t = k^{-1}.$$

Тогда

$$H = (K \times M) = (K_1 \leftthreetimes \langle t_1\rangle) \times (M_1 \leftthreetimes \langle v_1\rangle) =$$

$$= H^g = (K^g \times M^g) = (K_1^g \leftthreetimes \langle t_1^g \rangle) \times (M_1 \leftthreetimes \langle v_1^g \rangle) =$$
$$(M_1 \leftthreetimes \langle t \rangle) \times (K_1 \leftthreetimes \langle v \rangle,$$

где $K = K_1 \leftthreetimes \langle v \rangle, M = M_1 \leftthreetimes \langle t \rangle)$, K_1, M_1 — циклические p-группы, для любого $d \in K_1$, $d^v = d^{-1}$, а для любого $r \in M_1$, $r^t = r^{-1}$. Возьмем в качестве группы K_1 группу M_1, а в качестве группы M_1 группу K_1, в данном случае лемма также доказана.

Лемма доказана.

Зафиксируем некоторую группу H и обозначения из утверждения леммы 4.

Лемма 5. *Пусть $H_2 \in \mathfrak{M}_G(S)$ и $H < H_2$. Тогда имеют место следующие два утверждения:*

$$1)\ H_2 = (K_2 \leftthreetimes \langle t \rangle) \times (M_2 \leftthreetimes \langle v \rangle,$$

где $K = K_2 \leftthreetimes \langle t \rangle, M = M_2 \leftthreetimes \langle v \rangle$, K_2, M_2 — циклические p-группы, для любого $d \in K_2, d^t = d^{-1}$, а для любого $r \in M_2$, $r^v = r^{-1}$.

$$2)\ K_1 \leq K_2,\ M_1 \leq M_2.$$

Доказательство. Утверждение 1) – непосредственное следствие утверждения леммы 4. Докажем утверждение 2). Предположим, что $K_1 \not\leq K_2$. По лемме 2 $\langle K_1, K_2 \rangle < P$. Следовательно, $\langle K_1, K_2 \rangle$ — конечная нециклическая абелева p-группа p-ранга 2, и пусть $D = \langle f \rangle \times \langle l \rangle$ — элементарная абелева p-подгруппа порядка p^2 из $\langle K_1, K_2 \rangle$. Очевидно, что для любого $x \in \langle K_1, K_2 \rangle$, $x^v = x^{-1}$. Пусть A – элементарная абелева подгруппа порядка p^2 группы $\langle K_1, K_2 \rangle$. Несложно видеть, что A – единственная такая подгруппа группы P. В частности, $A < (K_2 \times M_2)$, и если b – некоторый элемент порядка p из группы K_2, то $b \in A$ и $b^v = b$, с другой стороны, как было показано выше, $b^v = b^{-1}$. Противоречие. Итак, $\langle K_1, K_2 \rangle$ — конечная циклическая группа. Поскольку $H \leq H_2$, то $K_1 \leq K_2$. Совершенно аналогично показывается (в приведенных выше рассуждениях группа $\langle K_1, K_2 \rangle$ заменяется на группу $\langle M_1, M_2 \rangle$, а инволюция v на инволюцию t), что $M_1 \leq M_2$. Утверждение 2) доказано.

Лемма доказана.

Лемма 6. $G = P \leftthreetimes S$ *— счетная группа.*

Доказательство. Из леммы 2 вытекает, что P удовлетворяет условию минимальности. По предложению 3 P — черниковская группа, следовательно, счетна. Ввиду леммы 3 $G = S \leftthreetimes S$ и, значит, G — счетная группа.

Лемма доказана.

Завершим доказательство теоремы. Ввиду леммы 6

$$G = \{s_1,\ \cdots\ s_n\ \cdots \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Пусть n_1 – наименьшее из $\mathbb{N}$ с тем свойством, что $s_{n_1} \notin H$. По условию теоремы
$$\langle H_1,\ s_{n_2}\rangle < H_2 \in \mathfrak{M}(1).$$
По лемме 5
$$H_2 = (K_2 \leftthreetimes \langle t\rangle) \times (M_2 \leftthreetimes \langle v\rangle,$$
где $K = K_2 \leftthreetimes \langle t\rangle, M = M_2 \leftthreetimes \langle v\rangle$, K_2, M_2 — циклические p-группы, для любого $d \in K_2,\ d^t = d^{-1}$, а для любого $r \in M_2,\ r^v = r^{-1}$ и
$$K_1 \leq K_2,\ M_1 \leq M_2.$$
Зафиксируем группу H_2. Передположим, что группа H_l построена. Пусть n_{l+1} – наименьшее из $\mathbb{N}$ с тем свойством, что $s_{n_{l+1}} \notin H_l$. По условию теоремы
$$\langle H_l,\ s_{n_{l+1}}\rangle < H_{l+1} \in \mathfrak{M}(1).$$
Зафиксируем группу H_{l+1}. Действуя подобным образом, строим бесконечную последовательность вложенных друг в друга подгрупп группы G:
$$H_1 < H_2 < \ \cdots\ < H_l < H_{l+1} < \ \cdots\ .$$
По построению
$$G = \cup_{l=1}^{\infty} H_l.$$
Так как
$$K_1 < K_2 < \ \cdots\ < K_l < K_{l+1} < \ \cdots\ ,$$
$$M_1 < M_2 < \ \cdots\ < M_l < M_{l+1} < \ \cdots\ ,$$
то
$$P = \cup_{l=1}^{\infty}(K_l \times M_1) = \cup_{l=1}^{\infty} K_l \times \cup_{l=1}^{\infty} M_1.$$
Положим
$$D_1 = \cup_{l=1}^{\infty} K_l,\ R_1 = \cup_{l=1}^{\infty} M_1.$$
По лемме 6
$$G = P \leftthreetimes S = (D_1 \times R_1) \leftthreetimes (\langle t\rangle \times \langle v\rangle) = (D_1 \leftthreetimes \langle t\rangle) \times (R_1 \leftthreetimes \langle v\rangle),$$
D_1, R_1 — локально циклические p-группы, для любого $d \in D_1,\ d^t = d^{-1}$, для любого $r \in R_1,\ r^v = r^{-1}$. Положим
$$D = D_1 \leftthreetimes \langle t\rangle, R = R_1 \leftthreetimes \langle v\rangle.$$
Тогда $G = D \times R$.

Теорема доказана.

4. Заключение

Вопрос Амберга – Казарина о группах, насыщенных группами диэдра, имеет важное значение, так как он очень тесно связан с одной из центральных проблем бесконечных групп — проблемой Бернсайда (в бернсайдовых группах многие подгруппы разложимы в прямое произвдение групп). В данной работе получено продвижение в решении данного вопроса в случае, когда рассматриваются локально конечные группы. Таким образом, положительное решение данного вопроса в классе локально конечных групп, насыщенных прямым произведением двух конечных групп диэдра, может стать первым шагом для получения положительного ответа на вопрос Амберга – Казарина хотя бы в классе локально конечных групп.

Список источников

1. Белоусов И. Н., Кондратьев А. С., Рожков А. В. XII школа-конференция, посвященная 65-летию со дня рождения А. А. Махнева // Труды ИММ УрО РАН. 2018. № 3(24). С. 281–285. https://doi.org/10.21538/0134-4889-2018-24-3-286-295
2. Durakov B. E., Sozutov A. I. On periodic groups saturated with finite Frobenius groups // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика 2021. № 35. С. 73–86. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2021.35.73
3. Лыткина Д. В., Созутов А. И., Шлепкин А. А. Периодические группы 2-ранга два, насыщенные конечными простыми группами // Сибирские электронные математические известия. 2018. № 15. С. 786–796. https://doi.org/10.17377/semi.2018.15.064
4. Шлепкин А. А. О группах Шункова, насыщенных конечными простыми группами // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2018. № 24. С. 51–67. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2018.24.51
5. Shlepkin A. A. Groups with a strongly embedded subgroup saturated with finite simple non-abelian groups // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2020. № 31. С. 132–141. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2020.31.132
6. Шлепкин А.К. О некоторых периодических группах, насыщенных конечными простыми подгруппами // Математические труды. 1998. Т. 1, № 1. С. 129–138.
7. Шунков В.П. О проблеме минимальности для локально конечных групп // Алгебра и логика. 1970. № 2 (9). С. 220-248.
8. Шунков В.П. Об одном классе p-групп // Алгебра и логика. 1970. № 4(9). С. 484-496.
9. Шунков В.П. Об абелевых подгруппах в бипримитивно конечных группах // Алгебра и логика 1973. № 5 (12). С. 603-614.

References

1. Belousov I.N., Kondratiev A.S., Rozhkov A.V. XII school conference dedicated to the 65th anniversary of the birth of A.A. Makhnev. *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN*, 2018, no. 3(24), pp. 281–285. (in Russian) https://doi.org/10.21538/0134-4889-2018-24-3-286-295
2. Durakov B.E., Sozutov A.I. On periodic groups saturated with finite Frobenius groups. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics,* 2021, vol. 35, pp. 73–86. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2021.35.73
3. Lytkina D.V., Sozutov A.I., Shlepkin A.A. Periodic groups of 2-rank two saturated with finite simple groups. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2018, no. 15, pp. 786–796. (in Russian) https://doi.org/10.17377/semi.2018.15.064
4. Shlepkin A.A. On Shunkov groups saturated with finite simple groups. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics,* 2018, vol. 24, pp. 51–67. (in Russian) https://doi.org/10.26516/1997-7670.2018.24.51
5. Shlepkin A.A. Groups with a Strongly Embedded Subgroup Saturated with Finite Simple Non-abelian Groups. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2020, vol. 31, pp. 132–141. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2020.31.132
6. Shlepkin A.K. On some periodic groups saturated with finite simple subgroups. *Siberian Adv. Math.,* 1998, vol. 1, no. 1, pp. 129–138. (in Russian)
7. Shunkov V.P. On the minimality problem for locally finite groups. *Algebra and Logic*, 1970, no. 2(9), pp. 220–248. (in Russian)
8. Shunkov V.P. On a class of p-groups. *Algebra and Logic*, 1970, no. 4(9), pp. 484–496. (in Russian)
9. Shunkov V.P. On abelian subgroups in biprimitively finite groups. *Algebra and Logic*, 1973, no. 5(12), pp. 603–614. (in Russian)

Об авторах

Кухарев Андрей Валерьевич, канд. физ.-мат. наук, доц., Сибирский федеральный университет, Красноярск, 660041, Российская Федерация, kukharev.av@mail.ru, https://orcid.org/xxxx-xxxx-xxxx-xxxx

Шлепкин Алексей Анатольевич, д-р физ.-мат. наук, доц., Сибирский федеральный университет, Красноярск, 660041, Российская Федерация, shlyopkin@mail.ru, https://orcid.org/xxxx-xxxx-xxxx-xxxx

About the authors

Andrei V. Kukharev, Cand. Sci. (Phys.Math.), Assoc. Prof., Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 660074, Russian Federation, kukharev.av@mail.ru, https://orcid.org/xxxx-xxxx-xxxx-xxxx

Aleksei A. Shlepkin, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Assoc. Prof., Siberian Federal University, Krasnoyarsk, 660074, Russian Federation, shlyopkin@mail.ru, https://orcid.org/0000-0003-2241-2842

Поступила в редакцию / Received 07.12.2022
Поступила после рецензирования / Revised 18.01.2023
Принята к публикации / Accepted 20.01.2023