Серия «Математика»
2022. Т. 41. С. 57—68

Онлайн-доступ к журналу:
http://mathizv.isu.ru

ИЗВЕСТИЯ
Иркутского
государственного
университета

Научная статья

УДК 517.977
MSC 49J15, 49M25
DOI https://doi.org/10.26516/1997-7670.2022.41.57

Параметрическая регуляризация линейно-квадратичной задачи на множестве кусочно-линейных управлений

В. А. Срочко[1], Е. В. Аксенюшкина[2]✉

[1] Иркутский государственный университет, Иркутск, Российская Федерация
[2] Байкальский государственный университет, Иркутск, Российская Федерация
✉ aks.ev@mail.ru

Аннотация. Рассматривается линейно-квадратичная задача с произвольными матрицами в функционале и многомерным управлением с выпуклым ограничением. Допустимыми управлениями являются кусочно-линейные вектор-функции в рамках неравномерной сетки возможных угловых точек. Редукция задачи оптимального управления в конечномерный формат проводится с использованием векторной формализации конструкции линейного сплайна и блочных матриц вместе с соответствующими операциями. Возможность воздействия на функционал в исходной задаче обеспечивается с помощью параметров при квадратичных формах. Выбор этих параметров ориентирован на регуляризацию функционала в смысле обеспечения ему свойств выпуклости или вогнутости на уровне конечномерной модели. Условия на выбор параметров носят характер неравенств относительно экстремальных собственных значений блочных матриц, формирующих целевую функцию. Соответствующие задачи выпуклой или вогнутой оптимизации допускают решение за конечное число итераций.

Ключевые слова: линейно-квадратичная задача, многомерное кусочно-линейное управление, функционал с параметрами, регуляризация задачи

Ссылка для цитирования: Срочко В. А., Аксенюшкина Е. В. Параметрическая регуляризация линейно-квадратичной задачи на множестве кусочно-линейных управлений // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2022. Т. 41. С. 57–68.
https://doi.org/10.26516/1997-7670. 2022.41.57

Research article

Parametric Regularization of a Linear-quadratic Problem on a Set of Piecewise Linear Controls

Vladimir A. Srochko[1], **Elena V. Aksenyushkina**[2✉]

[1] Irkutsk State University, Irkutsk, Russian Federation
[2] Baikal State University, Irkutsk, Russian Federation
✉ aks.ev@mail.ru

Abstract. A linear-quadratic problem with arbitrary matrices in the functional and multidimensional control with convex constraint is considered. Acceptable controls are piecewise linear vector functions within an uneven grid of possible corner points. The reduction of the optimal control problem into a finite-dimensional format is carried out using vector formalization of the linear spline construction and block matrices together with the corresponding operations. The possibility of influencing the functional in the original problem is provided by using parameters with quadratic forms. The choice of these parameters is focused on the regularization of the functional in the sense of providing it with the properties of convexity or concavity at the level of a finite-dimensional model. The conditions for the choice of parameters are in the nature of inequalities with respect to the extreme eigenvalues of the block matrices forming the objective function. The corresponding convex or concave optimization problems can be solved in a finite number of iterations.

Keywords: linear-quadratic problem, multidimensional piecewise linear control, functional with parameters, regularization of the problem

For citation: Srochko V. A., Aksenyushkina E. V. Parametric Regularization of a Linear-quadratic Problem on a Set of Piecewise Linear Controls. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2022, vol. 41, pp. 57–68. (in Russian)
https://doi.org/10.26516/1997-7670.2022.41.57

1. Введение

В теории оптимального управления линейно-квадратичные задачи (ЛКЗ — линейная система, квадратичный функционал) занимают приоритетное место в силу своей исторической значимости и сохраняющейся актуальности. Спектр возможных постановок и соответствующих результатов в этой области достаточно широк. В рамках рассматриваемой в данной статье проблематики выделим ЛКЗ невыпуклого характера при наличии ограничений на управление с ориентировкой на программное решение [1; 3; 6; 8].

Отметим, что проблемы глобального решения общих (невыпуклых) задач этого профиля еще сохраняются и допускают дальнейшее развитие. В данной статье рассматривается ЛКЗ с произвольными матрицами квадратичных форм в функционале и многомерным управлением в линейной фазовой системе с выпуклым ограничением в каждый момент времени. Множество допустимых управлений составляют кусочно-линейные вектор-функции относительно неравномерной сетки возможных угловых точек.

В рамках данной постановки задача имеет конечномерный характер и возникает необходимость провести экономичную формализацию и получить в явном виде итоговую задачу квадратичной оптимизации. Для исходной задачи с многомерным управлением наглядным и методически удобным средством преобразования оказалось использование опорных функций из теории сплайн-интерполирования и блочных векторов и матриц вместе с соответствующими операциями скалярного произведения и умножения матрицы на вектор.

Возможность воздействия на функционал качества без изменения смысла оптимизации обеспечивается с помощью положительных параметров при квадратичных формах. Выбор этих весовых коэффициентов в конечном итоге связан с регуляризацией функционала в плане его приведения к выпуклой или вогнутой структуре на уровне конечномерной модели. Условия на параметры носят спектральный характер. Это неравенства относительно линейных комбинаций экстремальных собственных значений блочных матриц, формирующих целевую функцию.

Соответствующие задачи выпуклой или вогнутой оптимизации допускают гарантированное решение за конечное число итераций: методы особых точек и сопряженных градиентов, процедуры перебора угловых точек допустимого множества [2; 4; 7].

Применительно к общей задаче квадратичной оптимизации достигается только уровень локального решения в рамках стандартных процедур градиентного типа.

2. Постановка задачи

Рассмотрим линейно-квадратичную задачу оптимального управления в следующей постановке:

$$\Phi(u) = \frac{1}{2}\alpha\langle x(T), Cx(T)\rangle +$$

$$+\frac{1}{2}\int_{t_0}^{T}(\beta\langle x(t), Q(t)x(t)\rangle + \gamma\langle u(t), P(t)u(t)\rangle)dt \to min,$$

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad x(t_0) = x^0, \tag{2.1}$$

$$u(t) \in U, \quad t \in [t_0, T]. \tag{2.2}$$

Здесь $u(t)$ – $(r \times 1)$, $x(t)$ – $(n \times 1)$ вектор-функции, матрицы квадратичных форм симметричны, матричные функции $A(t)$, $B(t)$, $Q(t)$, $P(t)$ непрерывны на $[t_0, T]$, множество $U \subset R^r$ выпукло и компактно.

Обратим внимание на параметры α, β, γ в функционале $\Phi(u)$ (весовые коэффициенты), которые естественно положительны и обеспечивают возможность воздействия на функционал с определенными целями.

Проведем описание множества допустимых управлений. Введем на отрезке $[t_0, T]$ сетку узлов $\{t_0, t_1, ..., t_m, t_{m+1} = T\}$ с условием $t_{j-1} < t_j$ и выделим промежутки

$$T_0 = [t_0, t_1], \quad T_j = [t_{j-1}, t_{j+1}], \; j = \overline{1, m}, \quad T_{m+1} = [t_m, t_{m+1}].$$

Определим на $[t_0, T]$ опорные функции кусочно-линейной структуры

$$\varphi_0(t) = \begin{cases} \frac{t_1 - t}{t_1 - t_0}, & t \in T_0, \\ 0, & t \notin T_0, \end{cases} \qquad \varphi_{m+1}(t) = \begin{cases} 0, & t \notin T_{m+1}, \\ \frac{t - t_m}{t_{m+1} - t_m}, & t \in T_{m+1}, \end{cases}$$

$$\varphi_j(t) = \begin{cases} \frac{t - t_{j-1}}{t_j - t_{j-1}}, & t \in [t_{j-1}, t_j], \\ \frac{t_{j+1} - t}{t_{j+1} - t_j}, & t \in [t_j, t_{j+1}], \\ 0, & t \notin T_j, \end{cases} \qquad j = \overline{1, m}.$$

Приведем соответствующую графическую иллюстрацию (рис. 1)

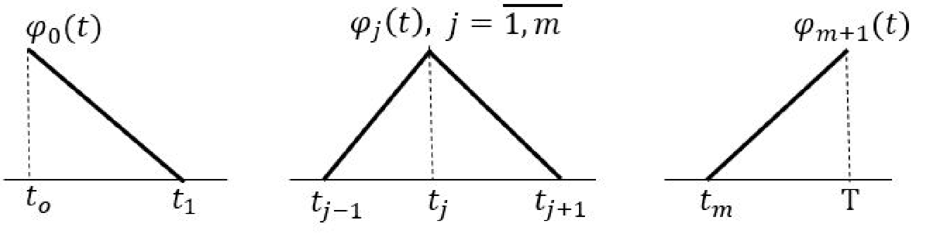

Рис. 1.

Отметим значения в узловых точках

$$\varphi_j(t_i) = \begin{cases} 1, & j = i, \\ 0, & j \neq i, \end{cases} \qquad i, j = \overline{0, m+1} \tag{2.3}$$

и взаимосвязь "не соседних" функций

$$\varphi_j(t)\varphi_k(t) = 0, \quad t \in [t_0, T], \; |j - k| > 1. \tag{2.4}$$

На основании свойства (2.3) получаем

$$\sum_{j=0}^{m+1} \varphi_j(t_i) = 1, \quad i = \overline{0, m+1}.$$

Оказывается такое условие имеет место всюду на $[t_0, T]$:

$$\sum_{j=0}^{m+1} \varphi_j(t) = 1, \quad t \in [t_0, T].$$

Действительно, пусть $t \in (t_i, t_{i+1}),\ i = \overline{0, m}$. Тогда по определению опорных функций имеем

$$\sum_{j=0}^{m+1} \varphi_j(t) = \varphi_i(t) + \varphi_{i+1}(t) = \frac{t_{i+1} - t}{t_{i+1} - t_i} + \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} = 1.$$

Таким образом, с учетом неотрицательности опорные функции $\varphi_j(t)$, $j = \overline{0, m+1}$ образуют набор коэффициентов выпуклой комбинации для $t \in [t_0, T]$. При этом на каждом интервале (t_i, t_{i+1}) отличны от нуля только две функции $\varphi_i(t),\ \varphi_{i+1}(t)$.

Пусть $z_{ij},\ i = \overline{1, r},\ j = \overline{0, m+1}$ — массив параметров. Упорядочим его в рамках векторов $z^j = (z_{1j},\ ...,\ z_{rj})$ и образуем их прямую сумму - вектор $z = (z^0,\ z^1,\ ...,\ z^m,\ z^{m+1})$ размерности $(m+2)r$. Определим множество параметров

$$Z = \{z :\ z^j \in U,\ \ j = \overline{0, m+1}\},$$

которое является выпуклым и компактным.

Для $z \in Z$ сформируем управление как линейную комбинацию с опорными функциями

$$u(t, z) = \sum_{j=0}^{m+1} \varphi_j(t) z^j, \quad t \in [t_0, T]. \tag{2.5}$$

Это кусочно-линейная вектор-функция на заданной сетке со значениями z^i в узловых точках $t_i : u(t_i, z) = z^i,\ i = \overline{0, m+1}$.

Для $t \in [t_i, t_{i+1}]$ область значений $u(t, z)$ совпадает с выпуклой комбинацией точек $z^i,\ \ z^{i+1}$, т.е. с отрезком $[z^i, z^{i+1}],\ \ i = \overline{0, m}$. Следовательно, для $z \in Z$ управление $u(t, z)$ удовлетворяет ограничению (2.2) с выпуклым множеством U.

Для пояснения отметим, что каждая составляющая $u_k(t, z), k = \overline{1, r}$ есть кусочно-линейная функция на $[t_0, T]$ с угловыми точками t_i и значениями $u_k(t_i, z) = z_{ki}$ (линейный сплайн по этой таблице значений).

Подведем итог. Вектор-функцию $u(t, z),\ \ t \in [t_0, T],\ \ z \in Z$ назовем допустимым управлением. Задача оптимизации конкретизируется следующим образом

$$\Phi(u) \to min, \quad u \in \{u(t, z),\ z \in Z\}. \tag{2.6}$$

3. Конечномерное описание задачи

Проведем преобразование задачи оптимального управления (2.6) в конечномерный формат относительно переменной z.

Допустимое управление $u(t,z)$ порождает фазовую траекторию $x(t,z)$ в силу уравнения

$$\dot{x}(t,z) = A(t)x(t,z) + B(t)u(t,z), \quad x(t_0,z) = x^0. \tag{3.1}$$

Для $j = \overline{0,m+1}$ определим $(n \times r)$ матричную функцию $X_j(t)$ согласно уравнению

$$\dot{X}_j(t) = A(t)X_j(t) + B(t)\varphi_j(t), \quad X_j(t_0) = O.$$

Пусть $x(t,0)$ - решение фазовой системы (2.1) на управлении $u(t) = 0$, $t \in [t_0,T]$. Тогда траектория $x(t,z)$ выражается следующим образом

$$x(t,z) = x(t,0) + \sum_{j=0}^{m+1} X_j(t)z^j, \quad t \in [t_0,T]. \tag{3.2}$$

Данное представление проверяется непосредственно на основе уравнения (3.1).

Рассмотрим функционал $\Phi(u)$ на процессе $\{u(t,z), x(t,z)\}$. Используя формулы (2.5), (3.2) и свойство (2.4) получаем следующие представления

$$\Phi_1(z) = \frac{1}{2}\alpha\langle x(T,z), Cx(T,z)\rangle = \frac{1}{2}\alpha[\langle x(T,0), Cx(T,0)\rangle +$$
$$+ 2\sum_{j=0}^{m+1}\langle z^j, X_j^{\intercal}(T)Cx(T,0)\rangle + \sum_{j=0}^{m+1}\sum_{k=0}^{m+1}\langle z^j, X_j^{\intercal}(T)CX_k(T)z^k\rangle],$$

$$\Phi_2(z) = \frac{1}{2}\beta\int_{t_0}^{T}\langle x(t,z), Q(t)x(t,z)\rangle dt = \frac{1}{2}\beta\Big[\int_{t_0}^{T}\langle x(t,0), Q(t)x(t,0)\rangle dt +$$
$$+2\sum_{j=0}^{m+1}\langle z^j, \int_{t_0}^{T}X_j^{\intercal}(t)Q(t)x(t,0)dt\rangle + \sum_{j=0}^{m+1}\sum_{k=0}^{m+1}\langle z^j, \int_{t_0}^{T}X_j^{\intercal}(t)Q(t)X_k(t)dtz^k\rangle\Big],$$

$$\Phi_3(z) = \frac{1}{2}\gamma\int_{t_0}^{T}\langle u(t,z), P(t)u(t,z)\rangle dt =$$
$$= \frac{1}{2}\gamma\sum_{j=0}^{m+1}\sum_{k=0}^{m+1}\langle z^j, (\int_{t_0}^{T}P(t)\varphi_j(t)\varphi_k(t)dt)z^k\rangle =$$
$$= \frac{1}{2}\gamma\sum_{\substack{j=0 \\ |j-k|\le 1}}^{m+1}\sum_{k=0}^{m+1}\langle z^j, (\int_{t_0}^{T}P(t)\varphi_j(t)\varphi_k(t)dt)z^k\rangle.$$

Для $j,k=\overline{0,m+1}$ введем обозначения

$$c^j = X_j^\mathsf{T}(T)Cx(T,0), \quad q^j = \int_{t_0}^T X_j^\mathsf{T}(t)Q(t)x(t,0)dt,$$

$$C_{jk} = X_j^\mathsf{T}(T)CX_k(T), \quad Q_{jk} = \int_{t_0}^T X_j^\mathsf{T}(t)Q(t)X_k(t)dt,$$

$$P_{jk} = \int_{t_0}^T P(t)\varphi_j(t)\varphi_k(t)dt, \quad |j-k|\le 1.$$

Отметим соответствующие размерности

$$c^j,\ q^j \in R^r, \quad C_{jk},\ Q_{jk},\ P_{jk} \in R^{r\times r}$$

и условия транспонирования матриц

$$C_{jk}^\mathsf{T} = C_{kj}, \quad Q_{jk}^\mathsf{T} = Q_{kj}, \quad P_{jk}^\mathsf{T} = P_{jk} = P_{kj}. \tag{3.3}$$

В результате суммирования $\Phi_1(z)+\Phi_2(z)+\Phi_3(z)$ с учетом обозначений получаем следующее выражение для целевого функционала Φ на процессе $\{u(t,z),\ x(t,z)\}$

$$\Phi(z) = \Phi(0) + \sum_{j=0}^{m+1}\langle z^j, \alpha c^j + \beta q^j\rangle +$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{j=0}^{m+1}\sum_{k=0}^{m+1}\langle z^j, (\alpha C_{jk}+\beta Q_{jk})z^k\rangle + \frac{1}{2}\gamma\sum_{\substack{j=0\\|j-k|\le 1}}^{m+1}\sum_{k=0}^{m+1}\langle z^j, P_{jk}z^k\rangle.$$

Дальнейшее преобразование полученного представления целесообразно провести с использованием блочных матриц и векторов вместе с соответствующими операциями. По аналогии с блочным вектором $z=(z^0,\ ...,\ z^{m+1})$ составим векторы

$$c = (c^0,\ ...,\ c^{m+1}), \quad q = (q^0,\ ...,\ q^{m+1})$$

и определим операцию скалярного произведения

$$(c,\ q) = \sum_{j=0}^{m+1}\langle c^j, q^j\rangle.$$

Тогда первая сумма в выражении для $\Phi(z)$ получает штатное представление

$$\sum_{j=0}^{m+1}\langle x^j, \alpha c^j + \beta q^j\rangle = (z,\ \alpha c + \beta q).$$

Матрицы C_{jk}, Q_{jk} объединим в блочные конструкции

$$C_b = [C_{jk}], \quad Q_b = [Q_{jk}], \quad j,k = \overline{0, m+1}.$$

Это блочные квадратные матрицы порядка $(m+2)r$, которые с учетом условий (3.3) и правила блочного транспонирования являются симметричными:

$$C_b^{\mathsf{T}} = [C_{kj}^{\mathsf{T}}] = [C_{jk}] = C_b, \quad Q_b^{\mathsf{T}} = [Q_{kj}^{\mathsf{T}}] = [Q_{jk}] = Q_b.$$

Матрицы P_{jk} объединим в блочную трехдиагональную матрицу

$$P_b = [P_{jk}], \quad j,k = \overline{0, m+1}, \quad |j-k| \le 1,$$

которая также является симметричной:

$$P_b^{\mathsf{T}} = [P_{kj}^{\mathsf{T}}] = [P_{kj}] = [P_{jk}] = P_b.$$

Проведем свертку двойных сумм в выражении для $\Phi(z)$.

Блочный вектор $C_b z$ имеет следующую структуру $C_b z = [(C_b z)^0, \ldots, (C_b z)^{m+1}]$, в которой

$$(C_b z)^j = \sum_{k=0}^{m+1} C_{jk} z^k, \quad j = \overline{0, m+1}.$$

Следовательно,

$$(z, C_b z) = \sum_{j=0}^{m+1} \langle z^j, (C_b z)^j \rangle = \sum_{j=0}^{m+1} \sum_{k=0}^{m+1} \langle z^j, C_{jk} z^k \rangle.$$

Это квадратичная форма с блочной матрицей $C_b = [C_{jk}]$ и соответствующим блочным вектором $z = (z^j)$.

Аналогичным образом получаем выражения

$$(z, Q_b z) = \sum_{j=0}^{m+1} \sum_{k=0}^{m+1} \langle z^j, Q_{jk} z^k \rangle, \quad (z, P_b z) = \sum_{\substack{j=0 \\ |j-k| \le 1}}^{m+1} \sum_{k=0}^{m+1} \langle z^j, P_{jk} z^k \rangle.$$

Таким образом, итоговое выражение для целевого функционала Φ в задаче (2.6) через вектор управляющих параметров z имеет вид

$$\Phi(z) = \Phi(0) + (z, \alpha c + \beta q) + \frac{1}{2}(z, [\alpha C_b + \beta Q_b + \gamma P_b] z).$$

Исходная задача оптимизации формулируется в явном конечномерном варианте

$$\Phi(z) \to min, \quad z \in Z. \tag{3.4}$$

Замечание 1. Согласно технологии преобразования квадратичных форм при переходе от задачи (2.6) к задаче (3.4) приходим к заключению о сохранении свойств знакоопределенности соответствующих матриц:

$$C,\ Q(t),\ P(t) \geq 0\ \ (\leq 0) \quad \Rightarrow \quad C_b,\ Q_b,\ P_b \geq 0\ \ (\leq 0).$$

4. Параметрическая регуляризация задачи

Проведем обсуждение задачи (3.4) в плане возможностей ее эффективного численного решения.

Целевая функция $\Phi(z)$ зависит от параметров α, β, γ. Найдем условия на эти параметры, которые обеспечивают свойство выпуклости или вогнутости функции $\Phi(z)$. Реализуем эти условия через экстремальные собственные значения $\lambda_{min},\ \lambda_{max}$ соответствующих блочных матриц.

Свойство выпуклости квадратичной функции $\Phi(z)$ эквивалентно спектральному неравенству

$$\lambda_{min}(\alpha C_b + \beta Q_b + \gamma P_b) \geq 0.$$

На основании теоремы Вейля [9] имеет место оценка

$$\lambda_{min}(\alpha C_b + \beta Q_b + \gamma P_b) \geq$$

$$\geq \alpha\lambda_{min}(C_b) + \beta\lambda_{min}(Q_b) + \gamma\lambda_{min}(P_b) = S_1(\alpha, \beta, \gamma).$$

Отсюда получаем условие на параметры

$$S_1(\alpha, \beta, \gamma) \geq 0, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0, \quad \gamma > 0, \tag{4.1}$$

которое гарантирует свойство выпуклости функции $\Phi(z)$.

В частности, это свойство обеспечивается за счет специального выбора параметров, если хотя бы одна из матриц $C_b,\ Q_b,\ P_b$ положительно определена.

Аналогичным образом реализуется свойство вогнутости функции $\Phi(z)$, которое эквивалентно спектральному неравенству

$$\lambda_{max}(\alpha C_b + \beta Q_b + \gamma P_b) \leq 0.$$

Согласно той же теореме получаем

$$\lambda_{max}(\alpha C_b + \beta Q_b + \gamma P_b) \leq$$

$$\leq \alpha\lambda_{max}(C_b) + \beta\lambda_{max}(Q_b) + \gamma\lambda_{max}(P_b) = S_2(\alpha, \beta, \gamma).$$

Это приводит к условию вогнутости функции $\Phi(z)$

$$S_2(\alpha, \beta, \gamma) \leq 0, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0, \quad \gamma > 0. \tag{4.2}$$

В результате такой параметрической регуляризации целевой функции задача (3.4) приобретает благоприятную структуру в плане глобального решения (минимизация выпуклой или вогнутой функции на выпуклом множестве).

Замечание 2. Предлагаемая процедура параметрической регуляризации (в части овыпукления) представляется вполне целесообразной для функционалов с выпуклым фрагментом, когда по крайней мере одна из матриц C, $Q(t)$, $P(t)$ является положительно определенной. Пусть, например, интегрант в выражении для $\Phi(u)$ имеет выпукло-вогнутую структуру, т. е. $C = 0,\ Q(t) > 0,\ P(t) < 0$. В этом случае конечномерная задача (3.4) приобретает d.-c. формат [8]: $C_b = 0,\ Q_b > 0,\ P_b < 0$ и в результате регуляризации становится выпуклой.

Проведем конкретизацию задачи (3.4) по части допустимого множества Z. Рассмотрим тот стандартный случай, когда область управления U описывается двусторонними ограничениями

$$U = \{u = (u_1, ..., u_r) :\ u_i \in [u_i^-, u_i^+],\ \ i = \overline{1, r}\}.$$

Соответствующее множество Z имеет простейшую структуру

$$\begin{aligned} Z = \{z = (z^0, ..., z^{m+1}) :\ z^j = (z_{1j}, ..., z_{rj}), \\ z_{ij} \in [u_i^-, u_i^+],\ \ i = \overline{1, r}\ \ \ j = \overline{0, m+1}\}. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Рассмотрим задачу (3.4) с набором параметров, удовлетворяющих условию (4.1). Это задача квадратичного программирования, которая решается за конечное число итераций методом особых точек или методом сопряженных градиентов [2; 4].

Второй вариант задачи (3.4), (4.3) связан с набором параметров из условия (4.2). Это задача минимизации вогнутой функции $\Phi(z)$ на параллелепипеде Z. Ее глобальное решение сводится к перебору угловых точек допустимого множества ($z_{ij} = u_i^- \vee u_i^+$) с возможностью монотонного убывания целевой функции (метод условного градиента, процедуры улучшения экстремальных точек) [7].

В общем случае (без регуляризации) задача (3.4) допускает решение только на локальном уровне. При этом локальный минимум или экстремальную точку можно находить с помощью стандартных градиентных методов, которые явно реализуются в рамках полученной формулы для целевой функции $\Phi(z)$.

Замечание 3. Поиск экстремальных собственных значений λ_{min}, λ_{max} соответствующих матриц можно проводить, например, на основе степенного метода с нормировкой [5].

5. Заключение

В статье рассмотрена общая линейно-квадратичная задача с многомерным ограниченным управлением в линейной фазовой системе. Множество допустимых управлений составляют непрерывные кусочно-линей-ные вектор-функции относительно заданной сетки возможных угловых точек. Целевой функционал содержит три параметра при образующих квадратичных формах.

Эти параметры можно интерпретировать как весовые коэффициенты в рамках аддитивной структуры функционала. Итоговый выбор этих коэффициентов является вполне естественным с точки зрения адаптации исходной модели к возможностям современных вычислительных методов в задачах данного типа. Использование кусочно-линейных управлений позволяет реализовать эту установку на конечномерном уровне.

Дальнейшие исследования в этом направлении могут быть связаны с изменениями в постановке задачи при сохранении общей концепции предлагаемого подхода.

Список источников

1. Аргучинцев А. В., Срочко В. А. Процедура регуляризации билинейных задач оптимального управления на основе конечномерной модели // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2022. Т. 18, вып. 1. С. 179-187. https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.115
2. Васильев Ф. П. Методы оптимизации. М. : МЦНМО, 2011. 620 с.
3. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Павленок Н. С. Построение программного и позиционного решений линейно-квадратичной задачи оптимального управления // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2008. Т. 48, № 10. С. 1748-1779.
4. Измаилов А. Ф., Солодов М. В. Численные методы оптимизации. М. : Физматлит, 2005. 304 с.
5. Парлетт Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы. М. : Мир, 1983. 384 с.
6. Срочко В. А. Итерационные методы решения задач оптимального управления. М. : Физматлит, 2000. 160 с.
7. Срочко В. А., Аксенюшкина Е. В., Антоник В. Г. Решение линейно-квадратичной задачи оптимального управления на основе конечномерных моделей // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2021. Т.33. С. 3–16. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2021.37.3
8. Стрекаловский А. С. Элементы невыпуклой оптимизации. Новосибирск : Наука, 2003. 356 с.
9. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. М. : Мир, 1989. 653 с.

References

1. Arguchintsev A.V., Srochko V.A. Regularization procedure for bilinear optimal control problems based on a finite-dimensional model.*Bulletin of St. Petersburg University. Applied mathematics. Computer science. Management processes*, 2022, vol. 18, no. 1, pp. 179–187. https://doi.org/10.21638/11701/spbu10.2022.115 (in Russian)
2. Vasiliev F.P. *Optimization methods.* Moscow, ICNMO Publ., 2011, 620 p. (in Russian)
3. Gabasov R., Kirillova F.M., Pavlenok N.S. Constructing software and positional solutions to a linear-quadratic optimal control problem. *Journal. calculation. matem. and checkmate. physics*, 2008, vol. 48, no. 10, pp. 1748-1779. (in Russian)
4. Izmailov A.F., Solodov M.V. *Numerical optimization methods.* Moscow, Fizmatlit Publ., 2005, 304 p. (in Russian)
5. Parlett B. *Symmetric eigenvalue problem. Numerical methods.* Moscow, Mir Publ., 1983, 384 p. (in Russian)
6. Srochko V.A. *Iterative methods for solving optimal control problems.* Moscow, Fizmatlit Publ., 2000. 160 p. (in Russian)
7. Srochko V.A., Aksenyushkina E.V., Antonik V.G. Solution of linear-quadratic optimal control problem based on finite-dimensional models. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2021, vol. 33, pp. 3–16. https://doi.org/10.26516/1997-7670.2021.37.3 (in Russian)
8. Strekalovsky A.S. *Elements of nonconvex optimization.* Novosibirsk, Nauka Publ., 2003, 356 p. (in Russian)
9. Horn R., Johnson Ch. *M*atrix analysis. Moscow, Mir Publ., 1989, 653 p. (in Russian)

Об авторах

Срочко Владимир Андреевич, д-р физ.-мат. наук, проф., Иркутский государственный университет, Российская Федерация, 664003, г. Иркутск, srochko@math.isu.ru

Аксенюшкина Елена Владимировна, канд. физ.-мат. наук, доц., Байкальский государственный университет, Российская Федерация, 664003, г. Иркутск, aks.ev@mail.ru

About the authors

Vladimir A. Srochko, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof., Irkutsk State University, Irkutsk, 664003, Russian Federation, srochko@math.isu.ru

Elena V. Aksenyushkina, Cand. Sci. (Phys.Math.), Assoc. Prof., Baikal State University, Irkutsk, 664003, Russian Federation, aks.ev@mail.ru

Поступила в редакцию / Received 29.06.2022
Поступила после рецензирования / Revised 05.08.2022
Принята к публикации / Accepted 15.08.2022