



Серия «Математика»

2018. Т. 25. С. 19–32

Онлайн-доступ к журналу:

<http://mathizv.isu.ru>

ИЗВЕСТИЯ

Иркутского
государственного
университета

УДК 519.642

MSC 90C90

DOI <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2018.25.19>

Влияние экономических показателей на решение задачи оптимизации возрастной структуры оборудования электростанций *

А. С. Апарцин, Е. В. Маркова, И. В. Сидлер

*Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН, Иркутск,
Российская Федерация*

Аннотация. Рассматривается интегральная модель развития крупной электроэнергетической системы. Модель учитывает разделение генерирующего оборудования на определенные возрастные группы. Каждая из этих групп характеризуется некоторым коэффициентом эффективности. Рассматривается векторная модель с подразделением оборудования станций по видам топлива. Модель включает балансовое уравнение Вольтерра I рода с переменными верхними и нижними пределами, функциональные уравнения, описывающие структуру потребления электроэнергии, вырабатываемой на разных типах электростанций.

На основе разработанной модели рассматривается задача оптимизации параметров, управляющих моментами вывода оборудования из эксплуатации. В статье изучается влияние экономических показателей на решение задачи оптимального управления. Все расчеты выполнены применительно к Единой электроэнергетической системе (ЕЭС) России.

Ключевые слова: интегральная модель, электроэнергетическая система, срок службы, задача оптимизации.

1. Введение

Важные задачи современной электроэнергетики связаны с высоким износом основных производственных фондов при низких темпах его обновления. В настоящее время существенная часть основного оборуду-

* Работа поддержана программой фундаментальных исследований СО РАН, рег. № АААА-А17-117030310446-6, научный проект III.17.3.2.

дования на объектах электроэнергетики эксплуатируется сверх нормативных сроков службы, что может привести к увеличению затрат на поддержание основного оборудования в надлежащем техническом состоянии, росту технологических ограничений. В связи с этим целесообразен анализ возрастного состава генерирующего оборудования на перспективу при разных стратегиях его обновления.

Удобным инструментом моделирования для управления устаревшим оборудованием являются модели, учитывающие различные возрастные группы основных фондов [5; 10; 12; 17–19]. Они принимают во внимание технологические изменения во времени и описываются интегральными уравнениями вольтерровского типа с переменными верхними и нижними пределами интегрирования [5; 6; 11]. Такие модели применяются для качественного исследования процессов замены устаревающего оборудования [13–16].

В [2; 3] была предложена интегральная модель, позволяющая более детально описывать технико-экономические параметры генерирующего оборудования электростанций с учетом его возрастной структуры за счет выделения нескольких возрастных групп оборудования с различающимися показателями эффективности их функционирования. Элементы теории соответствующих уравнений Вольтерра I рода можно найти в [1; 2].

Рассмотрим задачу оптимизации возрастной структуры оборудования электростанций с помощью предложенной модели.

2. Модель развития электроэнергетической системы

Для моделирования электроэнергетической системы (ЭЭС) России будем использовать интегральную модель, описанную в [3]. В [3] предполагается, что все оборудование системы имеет одинаковые технические характеристики. В данной статье мы рассматриваем векторную модель ЭЭС, в которой генерирующее оборудование делится на составляющие по видам используемых энергоресурсов [4; 9].

Математическая модель развития ЭЭС представляет собой систему уравнений:

$$\sum_{i=1}^3 \left(\beta_{i1} \int_{t-T_{i1}(t)}^t x_i(s) ds + \beta_{i2} \int_{t-T_{i2}(t)}^{t-T_{i1}(t)} x_i(s) ds + \beta_{i3} \int_{t-T_{i3}(t)}^{t-T_{i2}(t)} x_i(s) ds \right) = y(t),$$

$$t \in [t_0, T], \quad (2.1)$$

$$\int_{t-T_{13}(t)}^t x_1(s) ds = \alpha(t) \sum_{i=1}^3 \int_{t-T_{i3}(t)}^t x_i(s) ds, \quad (2.2)$$

$$\int_{t-T_{33}(t)}^t x_3(s)ds = \gamma(t) \sum_{i=1}^3 \int_{t-T_{i3}(t)}^t x_i(s)ds, \quad (2.3)$$

$$x(t) = x^0(t), \quad t \in [0, t_0], \quad (2.4)$$

$$x_i(t) \geq 0, \quad t \in [t_0, T], \quad i = \overline{1, 3}. \quad (2.5)$$

Здесь

$x(t) \equiv (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ — ввод генерирующих мощностей (по типам станций): $x_1(t)$ соответствует ТЭС, $x_2(t)$ — АЭС, $x_3(t)$ — ГЭС; переменная t пробегает отрезок прогнозного периода $[t_0, T]$;

β_{ij} — коэффициенты интенсивности использования мощностей j -й возрастной группы станции i -го типа, при этом в пределах одной возрастной группы эффективность использования оборудования β_{ij} постоянна, $1 \geq \beta_{i1} \geq \beta_{i2} \geq \beta_{i3} \geq 0$, $i, j = \overline{1, 3}$;

$y(t)$ — экспертно задаваемая на перспективу суммарная располагаемая мощность ЭЭС;

$T_{ij}(t)$ — верхняя возрастная граница j -й группы станции i -го типа, $i, j = \overline{1, 3}$, при этом $0 < T_{i1}(t) < T_{i2}(t) < T_{i3}(t)$, $T_{i3}(t)$ — срок службы оборудования i -го типа (возраст самой старой из используемых мощностей i -го типа в момент t);

$x^0(t) \equiv (x_1^0(t), x_2^0(t), x_3^0(t))$ — известная динамика вводов мощностей на предыстории $[0, t_0)$ (соответственно типам станций);

$\alpha(t)$ and $\gamma(t)$ — заданные функции, описывающие изменение доли мощностей ТЭС и ГЭС (соответственно) в общем составе генерирующего оборудования.

Уравнение (2.1) отражает баланс между количеством введенных мощностей различных типов и требуемым уровнем электропотребления $y(t)$, заданным на перспективу. Уравнения (2.2), (2.3) описывают структуру потребления электроэнергии от различных типов электростанций.

3. Задача оптимизации

Рост доли физически и морально устаревшего оборудования в структуре электростанций России приводит ко многим негативным последствиям. Наряду с ростом эксплуатационных затрат в настоящее время, это потребует весьма больших капиталовложений в будущем для неизбежной замены большого количества генерирующего оборудования. В связи с этим проблема технического перевооружения и демонтажа основного оборудования электростанций является одной из наиболее актуальных задач развития электроэнергетики России.

На базе модели (2.1)–(2.5) рассмотрим задачу оптимизации параметра $T_3(t) \equiv (T_{13}(t), T_{23}(t), T_{33}(t))$ — возраста оборудования, которое

выводится из эксплуатации. Полученная динамика изменения срока службы оборудования должна обеспечивать заданную потребность $y(t)$ и минимизировать суммарные затраты за время $[t_0, T]$ на ввод новых и эксплуатацию генерирующих мощностей.

Примем следующие обозначения:

$u_1^i(t-s)$ — коэффициент увеличения в момент времени t затрат на эксплуатацию мощностей i -го типа, введенных в момент s ;

$u_2^i(t)$ — удельные затраты на эксплуатацию мощности i -го типа, введенной в момент t ;

$k_i(t)$ — затраты на ввод единицы мощности i -го типа в момент t ;

a^{t-t_0} — коэффициент дисконтирования затрат, $0 < a < 1$.

В качестве целевого примем функционал затрат:

$$I(x, T_3) = \sum_{i=1}^3 \int_{t_0}^T a^{t-t_0} \left\{ \sum_{j=1}^3 \beta_{ij} \int_{t-T_{ij}(t)}^{t-T_{i,j-1}(t)} u_1^i(t-s) u_2^i(s) x_i(s) ds \right\} dt + \sum_{i=1}^3 \int_{t_0}^T a^{t-t_0} k_i(t) x_i(t) dt, \quad T_{i0}(t) = 0, \quad i = \overline{1, 3}. \quad (3.1)$$

Первое слагаемое в (3.1) соответствует суммарным эксплуатационным затратам за прогнозный период, второе — суммарным затратам на ввод новых генерирующих мощностей.

Требуется найти

$$T_3^*(t) = \arg \min_{T_3(t) \in U} I(x, T_3) \quad (3.2)$$

при условиях (2.1)–(2.5). Управляющий параметр $T_3(t)$ принадлежит допустимому множеству

$$U = \{T_3(t) : \underline{T}_3 \leq T_3(t) \leq \overline{T}_3, T'_{i3}(t) \leq 1, t \in [t_0, T], i = \overline{1, 3}\}. \quad (3.3)$$

Для численного решения задачи оптимального управления применяется эвристический алгоритм, основанный на дискретизации всех элементов задачи на сетке с шагом $h = 1$ (год) и замене допустимого множества U на множество U_h кусочно-постоянных функций

$$T_{i3}(t) = \begin{cases} m_i, & t \in (t_0, T], & m_i \leq T_{i3}(t_0), \\ t - t_0 + T_{i3}(t_0), & t \in [t_0, t_0 - T_{i3}(t_0) + m_i), & m_i > T_{i3}(t_0), \\ m_i, & t \in [t_0 - T_{i3}(t_0) + m_i, T], \end{cases} \quad (3.4)$$

где m_i — желаемый постоянный срок жизни, $i = \overline{1, 3}$. Формула (3.4) означает, что максимальный срок жизни может резко уменьшаться, но увеличиваться только на единицу в год (согласно (3.3)), пока не достигнет желаемого уровня (см. рис. 1). Прогнозные значения экономических

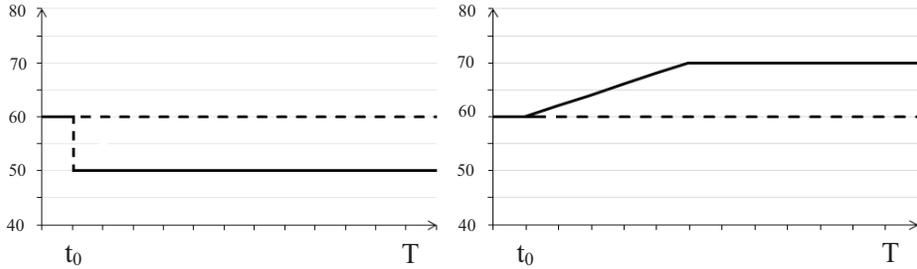


Рис. 1. Пример двух вариантов перехода на постоянный срок жизни.

показателей β_{ij} , $u_1^i(t-s)$, $u_2^i(t)$, $k_i(t)$, $y(t)$, $i, j = \overline{1, 3}$, задавались, исходя из экспертной оценки.

4. Исследование влияния экономических показателей на решение задачи оптимального управления

Задача оптимизации сроков жизни для скалярного случая и без разделения оборудования на возрастные группы была проанализирована в [13; 16]. Было показано, что оптимальный срок жизни оборудования в задаче оптимизации может быть конечным при наличии технологических изменений и изнашивании оборудования (т. е. когда новые мощности являются экономически более выгодными).

Из математической постановки задачи (3.2)–(3.3) видно, что процесс физического износа оборудования описывается функциями β_{ij} , определяющими динамику производительности оборудования в зависимости от возрастной группы, и $u_1^i(t-s)$, определяющими динамику затрат на эксплуатацию оборудования в зависимости от срока службы. Описание процесса морального износа оборудования базируется на функциях $k_i(t)$ и $u_2^i(t)$. Они отражают динамику изменения удельных капитальных и текущих затрат с течением времени. Снижение удельных затрат на ввод и эксплуатацию перспективных видов нового оборудования будет стимулировать обновление стареющего оборудования уже из экономических соображений, исходя из условий минимальных интегральных затрат на развитие и функционирование системы.

В работах [4; 9] было проведено исследование влияние на оптимальное решение задачи (3.2)–(3.3) изменения удельных затрат на эксплуатацию с увеличением срока жизни оборудования, т.е. коэффициентов $u_1^i(t-s)$, и изменения уровня электропотребления $y(t)$. Цель данной работы — исследование влияния на оптимальное решение задачи изменений функций $k_i(t)$ и $u_2^i(t)$.

4.1. СКАЛЯРНЫЙ СЛУЧАЙ

Рассмотрим сначала оптимальное решение для скалярной модели с делением мощностей на возрастные группы. Считаем, что все оборудование электростанций имеет одинаковые технические характеристики, соответствующие ТЭС (они имеют наибольший вклад в общем составе генерирующего оборудования).

Для численных расчетов использовались реальные данные. За момент возникновения системы принят 1950 г. ($t = 0$). Прогнозный период — с 2016 по 2050 г. ($[t_0, T] = [2016, 2050]$), верхние возрастные границы групп $T_1(t) = 30$, $T_2(t) = 50$, $T_3(t) = 60$, коэффициенты эффективности $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0,97$, $\beta_3 = 0,9$. В качестве базового варианта принят срок жизни 60 лет. Динамика вводов на предыстории $[0, t_0) = [1950, 2016)$ соответствует реальным данным [8]. Предполагается, что затраты на эксплуатацию $u_2(t)$ растут со скоростью 3% в год после 45 лет использования оборудования (коэффициент u_1). Динамика роста правой части предусматривает низкий уровень потребления (0,5% в год).

Проведена серия расчетов при варьировании неопределенных экономических условий, определяемых функциями $k(t)$ и $u_2(t)$. Рассмотрены 9 сценариев, определяемых комбинациями возможностей роста, сохранения на существующем уровне и снижения как удельных капитальных затрат на ввод новых мощностей, так и затрат на эксплуатацию генерирующих мощностей (см. рис. 2 и 3, кривые, соответствующие ТЭС).

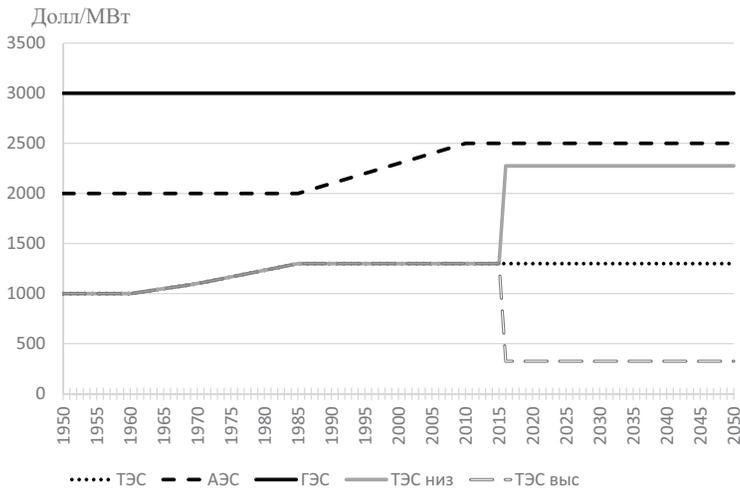


Рис. 2. Удельные затраты на капиталовложения $k_i(t)$.

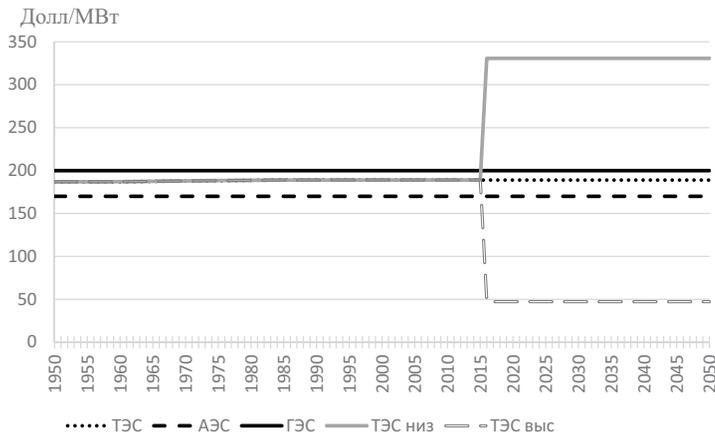


Рис. 3. Удельные эксплуатационные затраты $u_2^i(t)$.

Для каждого сценария решалась соответствующая задача оптимизации на множестве кусочно-постоянных функций вида (3.3). Полученные оптимальные сроки службы приведены в табл. 1

Таблица 1

Оптимальный срок службы генерирующего оборудования, лет

Удельные капиталовложения $k(t)$, %	Удельные ежегодные издержки $u_2(t)$, %		
	25	100	175
25	35	47	66
100	35	53	72
175	35	58	95

Из таблицы видно, что при фиксированных удельных эксплуатационных затратах (в каждом столбце таблицы) с ростом удельных затрат на ввод нового оборудования срок жизни действующего оборудования увеличивается. При фиксированных удельных капиталовложениях рост текущих затрат на новом оборудовании приводит к продлению срока эксплуатации. Кроме того, из таблицы следует, что при сохранении удельных затрат на существующем уровне оптимальный срок службы составляет 53 года, что свидетельствует об экономической эффективности ускоренной замены действующего генерирующего оборудования.

4.2. ВЕКТОРНЫЙ СЛУЧАЙ

Рассмотрим эти же сценарии применительно к векторной модели (3.2)–(3.3). Приведенные в скалярном случае технические характеристики описывают оборудование ТЭС. Для АЭС и ГЭС верхние возрастные границы групп $T_{21}(t) = T_{31}(t) = 30$, $T_{22}(t) = T_{32}(t) = 50$, $T_{23}(t) = 60$, $T_{33}(t) = 101$. Коэффициенты эффективности $\beta_{i1} = 1$, $\beta_{i2} = 0,97$, $\beta_{i3} = 0,9$, $i = \overline{1,3}$. Доли мощностей ТЭС и ГЭС определяются по известным данным на предыстории и считаются постоянными на всем прогнозном периоде: $\alpha(t) = 0,69$, $\gamma(t) = 0,19$. В качестве базового варианта принят следующий: в 2015 г. $T_{13} = 60$, $T_{23} = 47$, $T_{33} = 66$ (по реальным данным), к 2050 г. $T_{13} = T_{23} = 60$, $T_{33} = 101$ (срок службы увеличивается на единицу за год). Динамика вводов на предыстории $[0, t_0) = [1950, 2016)$ соответствует реальным данным [8]. Динамика роста правой части на $[2016, 2050]$ предусматривает низкий уровень потребления (0,5% в год). Вводы мощностей ЕЭС и средний возраст оборудования ЕЭС для базового варианта приведены на рис. 4.

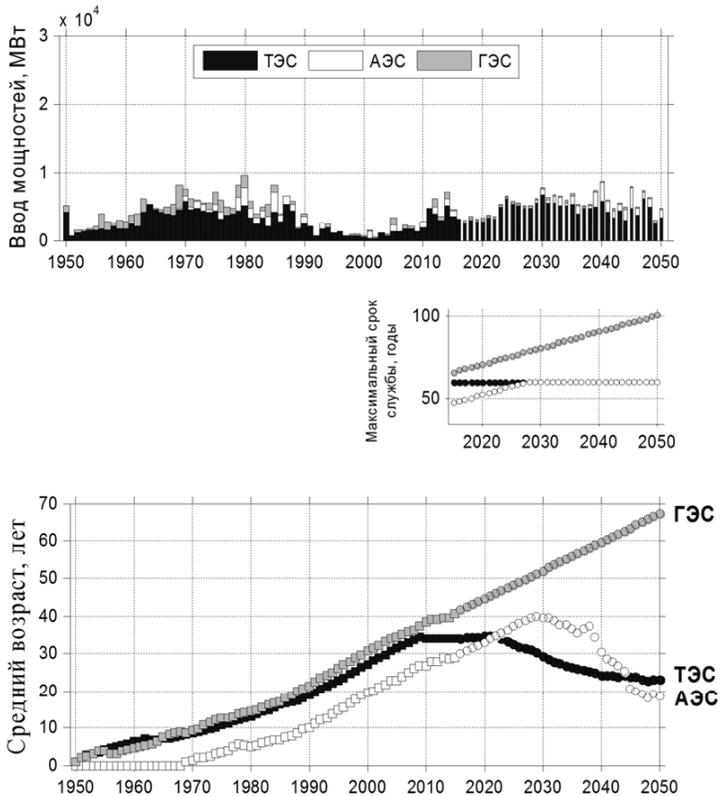


Рис. 4. Базовый вариант.

Для задачи оптимизации использовались следующие данные: коэффициенты увеличения затрат на эксплуатацию мощностей равны 3% в год после 45 лет использования оборудования для ТЭС и ГЭС и 10% в год после 45 лет использования для АЭС, функции $k_i(t)$ и $u_2^i(t)$ приведены на рис. 2 и 3. Оптимизация сроков службы проводилась для оборудования ТЭС и АЭС при допущении, что на прогнозном периоде оборудование ГЭС не выводится из эксплуатации. Полученные оптимальные сроки службы оборудования ТЭС аналогичны срокам службы, приведенным в табл. 1. Оптимальные сроки службы оборудования для АЭС при этом предполагают переход с 47 на 50 лет.

Оптимальные сроки службы, соответствующие вводу мощностей и средний возраст оборудования ЕЭС для случая сохранения капитальных затрат и текущих издержек на существующем уровне приведены на рис. 5.

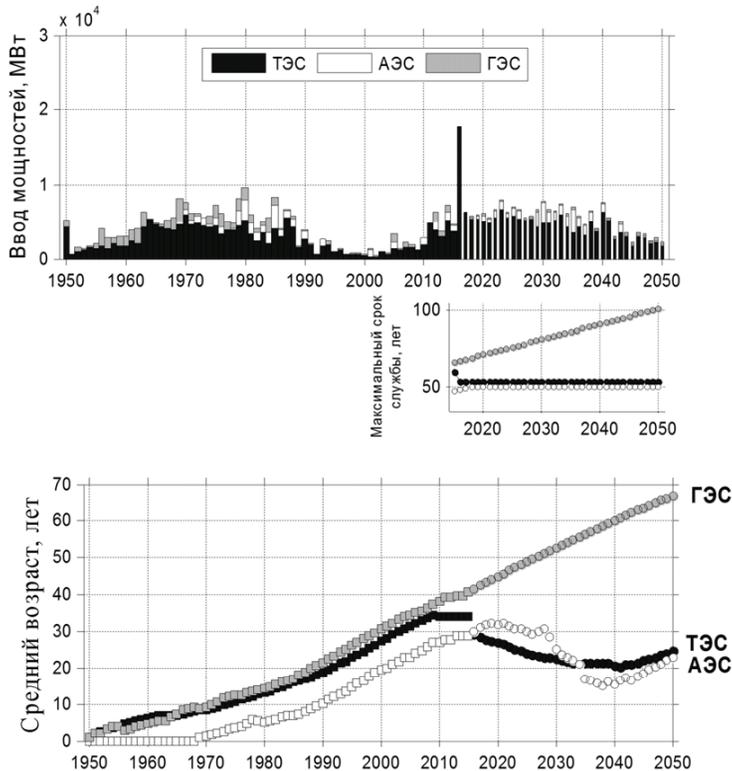


Рис. 5. Оптимальные сроки жизни, вводы мощностей и средний возраст оборудования ЕЭС.

В этом случае максимальный срок жизни для оборудования ТЭС предлагается снизить с 60 до 53 лет. Массовый демонтаж оборудования в начале прогнозного периода требует резкого увеличения (до 27 ГВт) вводов мощностей, при этом полученная стратегия дает к 2050 году экономический эффект в 2,31% относительно базового варианта.

Замечание 1. В данной работе рассматривались вводы мощностей без ограничений сверху. Если в постановку (3.2)–(3.3) ввести дополнительные ограничения на фазовую переменную

$$\sum_{i=1}^3 x_i(t) \leq \bar{x}(t), \quad t \in [t_0, T],$$

(по экономическим соображениям), то оптимальная стратегия будет иметь более плавный переход к постоянному сроку службы, и в общем случае будет давать меньший выигрыш относительно базового варианта.

5. Заключение

В статье рассматривалась интегральная модель развития крупной электроэнергетической системы на примере ЕЭС России. На основе этой модели исследовалась задача поиска оптимальных сроков службы генерирующих мощностей, обеспечивающих заданную потребность в электроэнергии при минимуме суммарных затрат на ввод и эксплуатацию генерирующих мощностей. Приведены результаты расчетов на реальных данных для различных вариаций экономических показателей.

Список литературы

1. Apartsyn A. S. On Some Classes of Linear Volterra Integral Equations // Abstract and Applied Analysis. 2014. Vol. 2014. Article ID 532409. 6 p. <http://dx.doi.org/10.1155/2014/532409>.
2. Апарцин А. С., Сидлер И. В. Интегральные модели развития систем электроэнергетики с учетом старения оборудования электростанций // Электронное моделирование. 2014. Т. 36, № 4. С. 81–88.
3. Апарцин А. С., Сидлер И. В. Применение неклассических уравнений Вольтерра I рода для моделирования развивающихся систем // Автоматика и телемеханика. 2013. № 6. С. 3–16. <http://dx.doi.org/10.1134/S0005117913060015>
4. Апарцин А. С., Маркова Е. В., Сидлер И. В., Труфанов В. В. О поиске оптимальной стратегии развития электроэнергетической системы // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки. 2017. № 15. С. 5–10.
5. Глушков В. М. Об одном классе динамических макроэкономических моделей // Управляющие системы и машины. 1977. № 2. С. 3–6.

6. Глушков В. М., Иванов В. В., Яненко В. М. Моделирование развивающихся систем. М. : Наука, 1983. 350 с.
7. Маркова Е. В., Сидлер И. В., Труфанов В. В. О моделях развивающихся систем типа Глушкова и их приложениях в электроэнергетике // Автоматика и телемеханика. 2011. № 7. С. 20–28. <http://dx.doi.org/10.1134/S0005117911070046>
8. Новак А. В. Итоги работы Минэнерго России и основные результаты функционирования ТЭК в 2015 году (презентация доклада в Москве 8 апреля 2016 г.). URL: <https://minenergo.gov.ru/view-pdf/4913/60888> (дата обращения: 25.08.2016).
9. Apartsyn A. S., Markova E. V., Sidler I. V., Trufanov V. V. Optimization problem for age structure of equipment in the model of the development of the electric power system of Russia // Proceedings of 2017 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Novosibirsk, Russia, 2017. IEEE, # 978-1-5386-1596-6/17. P. 24–29. <http://dx.doi.org/10.1109/SIBIRCON.2017.8109830>
10. Cooley T., Greenwood J., Yorukoglu M. The replacement problem // Journal Monet. Econ. 1997. Vol. 3. P. 457–499.
11. Corduneanu C. Integral Equations and Applications. Cambridge : Cambridge University Press, 1991.
12. Greenwood J., Herkowitz Z., Krusell P. Long-run implications of investment-specific technological change // American Economic Review. 1997. Vol. 87. P. 342–362.
13. Hritonenko N. Optimization analysis of a nonlinear integral model with applications to economics // Nonlinear Studies. 2004. Vol. 12, N 1. P. 59–72.
14. Hritonenko N., Yatsenko Yu. Creative destruction of computing systems: analysis and modeling // The Journal of Supercomputing. 2006. Vol. 38, N 2. P. 143–154. <http://dx.doi.org/10.1007/s11227-006-7763-x>
15. Hritonenko N., Yatsenko Yu. Modeling and Optimization of the Lifetime of Technologies. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1996.
16. Hritonenko N., Yatsenko Yu. Structure of optimal trajectories in a nonlinear dynamic model with endogenous delay // Journal of Applied Mathematics. 2004. Vol. 5. P. 433–445. <http://dx.doi.org/10.1155/S1110757X04311046>
17. Love C. E., Guo R. Utilizing Weibull failure rates in repair limit analysis for equipment replacement / preventive maintenance decisions // Journal of the Operational Research Society. 1996. Vol. 47. P. 1366–1376.
18. Malcolmson J. M. Replacement and the rental value of capital equipment subject to obsolescence // Journal of Economic Theory. 1975. Vol. 10. P. 24–41.
19. van Hilten O. The optimal lifetime of capital equipment // Journal of Economic Theory. 1991. Vol. 55. P. 449–454.

Анатолий Соломонович Апарцин, доктор физико-математических наук, Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН, Российская Федерация, 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130 тел.: +7(3952)500646 доб. 260 (e-mail: apartsyn@isem.irk.ru)

Евгения Владимировна Маркова, кандидат физико-математических наук, Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН, Российская Федерация, 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130 тел.: +7(3952)500646 доб. 260 (e-mail: markova@isem.irk.ru)

Инна Владимировна Сидлер, кандидат технических наук, Институт систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН, Российская Федерация, 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130
тел.: +7(3952)500646 доб. 260 (e-mail: krlv@isem.irk.ru)

Поступила в редакцию 15.06.18

Influence of Economic Indices on the Solution to the Optimization Problem of the Age Structure of Power Plants Equipment

A. S. Apartsyn

Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Irkutsk, Russian Federation

E. V. Markova

Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Irkutsk, Russian Federation

I. V. Sidler

Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Irkutsk, Russian Federation

Abstract. In this study we consider an integral model of the large electric power system development. The model accounts for division of the generating equipment into certain age groups. Each of these groups is characterized by some efficiency coefficient. We consider a vector model with subdivision the equipment of the stations by fuel types. The model includes the balance integral Volterra equation of the first kind with variable upper and lower limits and functional equations, describing the structure of the electricity consumption of different types of power plants.

Based on the developed model, the problem of optimizing the parameters controlling the moments of equipment decommissioning is considered. The paper studies the influence of economic indicators on the solution of the problem of optimal control. All calculations have been made as applied to the Unified Energy System of Russia.

Keywords: integral model, electric power systems, lifetime, optimization problem.

References

1. Apartsyn A.S. On Some Classes of Linear Volterra Integral Equations. *Abstract and Applied Analysis*, 2014, vol. 2014, article ID 532409, 6 p. <http://dx.doi.org/10.1155/2014/532409>
2. Apartsin A.S. and Sidler I.V. Integral'nyye modeli razvitiya sistem elektroenergetiki s uchetom stareniya oborudovaniya elektrostantsiy [Integral models of development of electric power systems with allowance for ageing of equipments of electric power plants]. *Elektronnnoe modelirovanie*, 2014, no. 4, pp. 81–88 (in Russian).

3. Apartsin A.S., Sidler I.V. Using the Nonclassical Volterra Equations of the First Kind to Model the Developing. *Automation and Remote Control*, 2013, vol. 74, no. 6, pp. 899–910. <http://dx.doi.org/10.1134/S0005117913060015>
4. Apartsin A.S., Markova E.V., Sidler I.V., Trufanov V.V. O poiske optimal'noy strategii razvitiya elektroenergeticheskoy sistemy [Search of the optimal strategy for the development of the electric power system]. *Mathematical and computer modelling. Series: Technical sciences*, 2017, no. 15, pp. 5–10. (in Russian)
5. Glushkov V.M. Ob odnom klasse dinamicheskikh makroekonomicheskikh modeley [On One Class of Dynamic Macroeconomic Models]. *Upravlyayushchie sistemy i mashiny*, 1977, no. 2, pp. 3–6. (in Russian)
6. Glushkov V.M., Ivanov V.V., and Yanenko V.M. *Modelirovaniye razvivayushchikhya sistem* [Modeling of developing systems], Moscow, Nauka, 1983, 350 p. (in Russian)
7. Markova E.V., Sidler I.V., Trufanov V.V. On models of developing systems and their applications. *Automation and Remote Control*, 2011, vol. 72, no. 7, pp. 1371–1379. <http://dx.doi.org/10.1134/S0005117911070046>
8. Novak A.V. *Itogi raboty Minenergo Rossii i osnovnyye rezul'taty funktsionirovaniya TEK v 2015 godu* [The results of the work of the Ministry of Energy of Russia and the main results of the functioning of the fuel and energy complex in 2015], Presentation for the Report of Minister of Energy of the Russian Federation. Available at <https://minenergo.gov.ru/view-pdf/4913/60888>. (in Russian)
9. Apartsyn A.S., Markova E.V., Sidler I.V., Trufanov V.V. Optimization problem for age structure of equipment in the model of the development of the electric power system of Russia. *Proceedings of 2017 International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON)*, Novosibirsk, Russia, 2017. IEEE, # 978-1-5386-1596-6/17, pp. 24–29. <http://dx.doi.org/10.1109/SIBIRCON.2017.8109830>
10. Cooley T., Greenwood J., Yorukoglu M. The replacement problem. *Journal Monet. Econ.*, 1997, vol. 3, pp. 457–499.
11. Corduneanu C. *Integral Equations and Applications*. Cambridge, Cambridge University Press, 1991.
12. Greenwood J., Herkowitz Z., Krusell P. Long-run implications of investment-specific technological change. *American Economic Review*, 1997, vol. 87, pp. 342–362.
13. Hritonenko N. Optimization analysis of a nonlinear integral model with applications to economics. *Nonlinear Studies*, 2004, vol. 12, no. 1, pp. 59–72.
14. Hritonenko N., Yatsenko Yu. Creative destruction of computing systems: analysis and modeling. *The Journal of Supercomputing*, 2006, vol. 38, no. 2, pp. 143–154. <http://dx.doi.org/10.1007/s11227-006-7763-x>
15. Hritonenko N., Yatsenko Yu. *Modeling and Optimization of the Lifetime of Technologies*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1996.
16. Hritonenko N., Yatsenko Yu. Structure of optimal trajectories in a nonlinear dynamic model with endogenous delay. *Journal of Applied Mathematics*, 2004, vol. 5, pp. 433–445. <http://dx.doi.org/10.1155/S1110757X04311046>
17. Love C. E., Guo R. Utilizing Weibull failure rates in repair limit analysis for equipment replacement / preventive maintenance decisions. *Journal of the Operational Research Society*, 1996, vol. 47, pp. 1366–1376.
18. Malcolmson J. M. Replacement and the rental value of capital equipment subject to obsolescence. *Journal of Economic Theory*, 1975, vol. 10, pp. 24–41.
19. van Hilten O. The optimal lifetime of capital equipment. *Journal of Economic Theory*, 1991, vol. 55, pp. 449–454.

Anatoly Apartsyn, Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, 130, Lermontov st., Irkutsk, 664033, Russian Federation, tel.: +7(3952)500646 add. 260 (e-mail: apartsyn@isem.irk.ru)

Evgeniia Markova, Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, 130, Lermontov st., Irkutsk, 664033, Russian Federation, tel.: +7(3952)500646 add. 260 (e-mail: markova@isem.irk.ru)

Inna Sidler, Candidate of Sciences (Technics), Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, 130, Lermontov st., Irkutsk, 664033, Russian Federation, tel.: +7(3952)500646 add. 260 (e-mail: krlv@isem.irk.ru)

Received 15.06.18