Серия «Математика»
Том 1 (2007), № 1, С. 132—140

Онлайн-доступ к журналу:
http://isu.ru/izvestia

И З В Е С Т И Я
Иркутского государственного университета

УДК 517.983.51

Сингулярные системы дифференциальных уравнений с нетеровым оператором при производной в банаховых пространствах *

О. В. Коробова (`ollis@mail.ru`)
Институт математики, экономики и информатики ИГУ, Иркутск

Аннотация. В настоящей работе с помощью конструкции матричной фундаментальной оператор-функции построено обобщенное решение сингулярной системы дифференциальных уравнений в банаховых пространствах, исследована связь между обобщенным и непрерывным решениями.

Ключевые слова: банахово пространство, нетеров оператор, обобщенные функции, матричная фундаментальная оператор-функция, регулярный пучок матриц

Введение

Рассматривается система дифференциальных уравнений вида

$$MB\frac{d\overline{u}}{dt} = \Lambda A\overline{u}(t) + \overline{f}(t) \tag{0.1}$$

с начальным условием

$$\overline{u}(0) = \overline{u}_0, \tag{0.2}$$

где M, Λ – квадратные матрицы порядка s, $detM = 0$, A, B – замкнутые линейные операторы с плотными областями определения, действующие из E_1 в E_2, E_1, E_2 – банаховы пространства, $\overline{u}(t)$ – искомая вектор-функция, каждая компонента которой является функцией со значениями в E_1 , $\overline{f}(t)$ – заданная вектор-функция, имеющая компоненты со значениями в E_2, под записью $A\overline{u}(t)$ понимается вектор-столбец вида

* Работа выполнена при финансовой поддержке ИГУ, грант №111-02-000/7-02.

$$A\overline{u}(t)=\begin{pmatrix}Au_1(t)\\ \vdots\\ Au_s(t)\end{pmatrix}.$$

Далее предполагается, что оператор B является нетеровым, $dimN(B)=n,\ \ dimN(B^*)=m,\ \ D(B)\subset D(A),\ \overline{R(B)}=R(B),$ $\varphi_i,\ i=\overline{1,n}$ – базис в $N(B)$, $\psi_i,\ i=\overline{1,m}$ – базис в $N(B^*)$, B имеет полный A-жорданов набор, оператор A непрерывно обратим.

В силу необратимости оператора B и $detM=0$ системы вида (0.1) будем называть сингулярными, причем далее будем считать, что матрица M не имеет Λ-присоединенных векторов. Случай, когда $detM\neq 0$ исследован автором ранее [1].

1. Редукция сингулярной системы дифференциальных уравнений (0.1) к совокупности двух

Введем в рассмотрение матричный пучок $(\mu M-\Lambda)$.

Определение 1. Пучок матриц $(\mu M-\Lambda)$ называется *регулярным*, если 1) M и Λ – квадратные матрицы одного и того же порядка и 2) $det(\mu M-\Lambda)\neq 0$ [2].

Известно [2], что если пучок матриц $(\mu M-\Lambda)$ регулярен, то существуют невырожденные матрицы P и Q такие, что

$$P(\mu M-\Lambda)Q=\mu\begin{pmatrix}E_{s-q} & 0\\ 0 & N\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}L & 0\\ 0 & E_q\end{pmatrix},$$

где E_{s-q} и E_q единичные матрицы соответствующих размерностей, N – нильпотентная матрица порядка q, L – квадратная матрица порядка $s-q$.

Этот результат можно сформулировать иначе [3]: существуют невырожденные матрицы P и Q такие, что справедливы следующие матричные равенства

$$PMQ=\begin{pmatrix}E_{s-q} & 0\\ 0 & N\end{pmatrix},P\Lambda Q=\begin{pmatrix}L & 0\\ 0 & E_q\end{pmatrix}.$$

Далее предполагается, что $N=0$, т.е. матрица M не имеет Λ-присоединенных векторов. Тогда заменой $\overline{u}(t)=Q\overline{v}(t)$ и умножением на P слева система (0.1) приводится к виду

$$B\begin{pmatrix}E_{s-q} & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}\frac{d\overline{v}}{dt}=A\begin{pmatrix}L & 0\\ 0 & E_q\end{pmatrix}\overline{v}(t)+\overline{g}(t),$$

где $\overline{g}(t)=P\overline{f}(t)$.

Полученную систему можно расщепить на две подсистемы: систему дифференциальных уравнений первого порядка

$$B\dot{\overline{v}}_1(t) = AL\overline{v}_1(t) + \overline{g}_1(t), \tag{1.1}$$

с начальным условием

$$\overline{v}_1(0) = \overline{v}_1^0 \tag{1.2}$$

и систему уравнений

$$0 = A\overline{v}_2(t) + \overline{g}_2(t), \tag{1.3}$$

здесь введены обозначения

$$\overline{v}_1(t) = \begin{pmatrix} v_1(t) \\ \vdots \\ v_{s-q}(t) \end{pmatrix}, \overline{v}_2(t) = \begin{pmatrix} v_{s-q+1}(t) \\ \vdots \\ v_s(t) \end{pmatrix},$$

$$\overline{g}_1(t) = \begin{pmatrix} g_1(t) \\ \vdots \\ g_{s-q}(t) \end{pmatrix}, \overline{g}_2(t) = \begin{pmatrix} g_{s-q+1}(t) \\ \vdots \\ g_s(t) \end{pmatrix}.$$

Пусть выполнены условия:

I) Условие согласования входных данных задачи (0.1)–(0.2) $A\overline{v}_2(0) + \overline{g}_2(0) = 0$,

II) Матрица L имеет $s-q$ различных отличных от нуля собственных значений $\lambda_1, \ldots, \lambda_{s-q}$. В этом случае [2] для матрицы L существует невырожденная матрица C такая, что

$$C^{-1}\Lambda C = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & \lambda_{s-q} \end{pmatrix}.$$

Тогда с помощью замены переменных $\overline{v}_1(t) = C\overline{w}(t)$ и умножения на C^{-1} слева, задача Коши для системы (1.1) распадается на $s-q$ независимых задач

$$B\dot{w}_l(t) = \lambda_l A w_l(t) + q_l(t), \tag{1.4}$$

$$w_l(0) = w_l^0,\ l = \overline{1, s-q}, \tag{1.5}$$

здесь $\overline{q}(t) = C^{-1}\overline{g}_1(t)$.

Каждую из этих новых задач (1.4)–(1.5) можно исследовать методом работы [4]. Обобщенное (и непрерывное) решения таких задач построены с помощью фундаментальных оператор-функций.

2. Исследование сингулярной системы дифференциальных уравнений (0.1)

Пусть $\overline{u}(t)$ – непрерывное решение задачи (0.1)–(0.2). Продолжим это решение и функцию $\overline{f}(t)$ нулями при $t<0$, т. е. рассмотрим функции $\widetilde{\overline{u}}(t)=\overline{u}(t)\theta(t)$, $\widetilde{\overline{f}}(t)=\overline{f}(t)\theta(t)$, где $\theta(t)$ – функция Хевисайда [5].

Тогда задачу Коши (0.1)–(0.2) можно переписать в обобщенных функциях в виде

$$MB\frac{d\widetilde{\overline{u}}}{dt}=\Lambda A\widetilde{\overline{u}}(t)+\overline{f}(t)\theta(t)+MB\overline{u}_0\delta(t),$$

или как систему сверточных уравнений относительно $\widetilde{\overline{u}}(t)\in K'_+(E_1)$ ($K'_+(E_1)$ – класс обобщенных функций с ограниченным слева носителем)

$$(MB\delta'(t)-\Lambda A\delta(t))*\widetilde{\overline{u}}(t)=\overline{f}(t)\theta(t)+MB\overline{u}_0\delta(t). \qquad (2.1)$$

Здесь $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака.

Определение 2. *Матричной фундаментальной оператор-функцией* дифференциального оператора $(MB\delta'(t)-\Lambda A\delta(t))$ на классе $K'_+(E_2)$ будем называть такую обобщенную матричную оператор-функцию E(t), что справедливы равенства

$$(MB\delta'(t)-\Lambda A\delta(t))*E(t)*\widetilde{\overline{u}}(t)=\widetilde{\overline{u}}(t)\ \ \forall\widetilde{\overline{u}}(t)\in K'_+(E_2)$$

и

$$E(t)*(MB\delta'(t)-\Lambda A\delta(t))*\widetilde{\overline{u}}_1(t)=\widetilde{\overline{u}}_1(t)\ \ \forall\widetilde{\overline{u}}_1(t)\in K'_+(E_1).$$

Таким образом, если существует свертка $E(t)*(\overline{f}(t)\theta(t)+MB\overline{u}_0\delta(t))$, то она является единственным решением системы сверточных уравнений (2.1) в классе $K'_+(E_1)$, т. е.

$$\widetilde{\overline{u}}(t)=E(t)*(\overline{f}(t)\theta(t)+MB\overline{u}_0\delta(t)), \qquad (2.2)$$

что, в свою очередь, позволяет строить обобщенные (и классические) решения системы дифференциальных уравнений (0.1).

Справедлива

Теорема 1. *Если оператор B нетеров, $n\geq m$, B имеет полный A-жорданов набор $\left\{\varphi_i^{(j)},\ i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,p_i}\right\}$[6], $\left\{\psi_i^{(j)},\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,p_i}\right\}$ – A^*-жорданов набор, оператор A непрерывно обратим, пучок матриц $(\mu M-\Lambda)$ регулярен, выполнены условия I и II, то дифференциальный оператор первого порядка $(MB\delta'(t)-\Lambda A\delta(t))$ имеет в классе $K'_+(E_2)$ матричную фундаментальную оператор-функцию вида*

$$E(t)=Q\delta(t)*\begin{pmatrix}E_I(t) & 0\\ 0 & D(t)\end{pmatrix}*P\delta(t), \qquad (2.3)$$

где

$$E_I(t) = C\delta(t) * \begin{pmatrix} \varepsilon_1(t) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varepsilon_2(t) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \varepsilon_{s-q}(t) \end{pmatrix} * C^{-1}\delta(t),$$

$$D(t) = \begin{pmatrix} -A^{-1}\delta(t) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -A^{-1}\delta(t) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -A^{-1}\delta(t) \end{pmatrix} \text{ — матрица порядка } q.$$

Оператор-функции $\varepsilon_l(t)$ имеют следующий вид

$$\varepsilon_l(t) = B^+ e^{\lambda_l AB^+ t}\left[I - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p_i}\left\langle \cdot, \psi_i^{(j)}\right\rangle A\varphi_i^{(p_i-j+1)}\right]\theta(t) -$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{k=0}^{p_i-1}\left\{\sum_{j=1}^{p_i-k}\left\langle \cdot, \psi_i^{(j)}\right\rangle \lambda_l^{-k-1}\varphi_i^{(p_i-k+1-j)}\right\}\delta^{(k)}(t)\right][4],\ l = \overline{1, s-q}.$$

Здесь $\psi_i^{(j)}$, $i = \overline{m+1, n}$, $j = \overline{2, p_i}$ являются произвольными функционалами из E_2^* и $\psi_i^{(1)} = 0$, $i = \overline{m+1, n}$.

Доказательство. В соответствии с определением матричной фундаментальной оператор-функции необходимо проверить справедливость равенства

$$(MB\delta'(t) - \Lambda A\delta(t)) * E(t) * \widetilde{\widetilde{u}}(t) = \widetilde{\widetilde{u}}(t)\ \ \forall \widetilde{\widetilde{u}}(t) \in K_+'(E_2).$$

Подставим в левую часть этого равенства выражение для E(t):

$$(MB\delta'(t) - \Lambda A\delta(t)) * E(t) * \widetilde{\widetilde{u}}(t) = (MB\delta'(t) - \Lambda A\delta(t)) * Q\delta(t) *$$

$$* \begin{pmatrix} E_I(t) & 0 \\ 0 & D(t) \end{pmatrix} * P\delta(t) * \widetilde{\widetilde{u}}(t) = (MQB\delta'(t) - \Lambda QA\delta(t)) *$$

$$* \begin{pmatrix} E_I(t) & 0 \\ 0 & D(t) \end{pmatrix} * P\delta(t) * \widetilde{\widetilde{u}}(t) = (P^{-1}\delta(t) * P\delta(t)) \cdot$$

$$\cdot (MQB\delta'(t) - \Lambda QA\delta(t)) * \begin{pmatrix} E_I(t) & 0 \\ 0 & D(t) \end{pmatrix} * P\delta(t) * \widetilde{\widetilde{u}}(t) =$$

$$= P^{-1}\delta(t) * (PMQB\delta'(t) - P\Lambda QA\delta(t)) * \begin{pmatrix} E_I(t) & 0 \\ 0 & D(t) \end{pmatrix} * P\delta(t) * \widetilde{\widetilde{u}}(t) =$$

$$= P^{-1}\delta(t) * \left[\left(B\begin{pmatrix} E_{s-q} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\delta'(t) - A\begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & E_q \end{pmatrix}\delta(t)\right) * \begin{pmatrix} E_I(t) & 0 \\ 0 & D(t) \end{pmatrix}\right] *$$

$$* P\delta(t) * \widetilde{\widetilde{u}}(t) = P^{-1}\delta(t) * \begin{pmatrix} (B\delta'(t) - AL\delta(t)) * E_I(t) & 0 \\ 0 & -A\delta(t) * D(t) \end{pmatrix} *$$

$$*P\delta(t)*\widetilde{\widetilde{u}}(t).$$

Так как

$$(B\delta'(t)-AL\delta(t))*E_I(t)=(B\delta'(t)-AL\delta(t))*$$

$$*C\delta(t)*\begin{pmatrix}\varepsilon_1(t) & 0 & \dots & 0\\ 0 & \varepsilon_2(t) & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \varepsilon_{s-q}(t)\end{pmatrix}*C^{-1}\delta(t)=$$

$$=(CB\delta'(t)-ALC\delta(t))*\begin{pmatrix}\varepsilon_1(t) & 0 & \dots & 0\\ 0 & \varepsilon_2(t) & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \varepsilon_{s-q}(t)\end{pmatrix}*C^{-1}\delta(t)=$$

$$=(C\delta(t)*C^{-1}\delta(t))(CB\delta'(t)-ALC\delta(t))*\begin{pmatrix}\varepsilon_1(t) & 0 & \dots & 0\\ 0 & \varepsilon_2(t) & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \varepsilon_{s-q}(t)\end{pmatrix}*$$

$$*C^{-1}\delta(t)=C\delta(t)*\left(B\delta'(t)-A\begin{pmatrix}\lambda_1 & 0 & \dots & 0\\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{s-q}\end{pmatrix}\delta(t)\right)*$$

$$*\begin{pmatrix}\varepsilon_1(t) & 0 & \dots & 0\\ 0 & \varepsilon_2(t) & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & \varepsilon_{s-q}(t)\end{pmatrix}*C^{-1}\delta(t)=C\delta(t)*I\delta(t)*C^{-1}\delta(t)=I\delta(t),$$

(здесь $(B\delta'(t)-\lambda_l A\delta(t))*\varepsilon_l(t)=I\delta(t)[4]$),
а

$$(-A\delta(t))*D(t)=(-A\delta(t))*\begin{pmatrix}-A^{-1}\delta(t) & 0 & \dots & 0\\ 0 & -A^{-1}\delta(t) & \dots & 0\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 0 & 0 & \dots & -A^{-1}\delta(t)\end{pmatrix}=I\delta(t),$$

то

$$(MB\delta'(t)-\Lambda A\delta(t))*E(t)*\widetilde{\widetilde{u}}(t)=P^{-1}\delta(t)*I\delta(t)*P\delta(t)*\widetilde{\widetilde{u}}(t)=I\delta(t)*\widetilde{\widetilde{u}}(t)=\widetilde{\widetilde{u}}(t).$$

Справедливость равенства

$$E(t)*(MB\delta'(t)-\Lambda A\delta(t))*\widetilde{\widetilde{u}}_1(t)=\widetilde{\widetilde{u}}_1(t)\ \ \forall\widetilde{\widetilde{u}}_1(t)\in K_+^{'}(E_1)$$

доказывается аналогично. $\square$

Теорема 2. *Если в условиях теоремы 1, $n < m$, то матричная оператор-функция $E(t)$ вида (2.3) является фундаментальной для дифференциального оператора $(MB\delta'(t) - \Lambda A\delta(t))$ на подклассе обобщенных функций из $K_+^{'}(E_2)$, удовлетворяющих условиям*

$$\left\langle e^{\lambda_l AB^+ t}, \psi_\nu \right\rangle z_\nu \theta(t) * \widetilde{u}_l(t) = 0, \quad l = \overline{1, s-q}, \quad \nu = \overline{n+1, m}. \tag{2.4}$$

Теорема 3. *Если выполнены условия теоремы 1, то задача (0.1)–(0.2) имеет в классе $K_+^{'}(E_1)$ единственное обобщенное решение вида*

$$\widetilde{\overline{u}}(t) = E(t) * (\overline{f}(t)\theta(t) + MB\overline{u}_0\delta(t)).$$

В развернутой форме

$$\widetilde{\overline{u}}(t) = Q \begin{pmatrix} \widetilde{\overline{v}}_1(t) \\ \widetilde{\overline{v}}_2(t) \end{pmatrix},$$

где

$$\widetilde{\overline{v}}_1(t) = C \begin{pmatrix} \widetilde{w}_1(t) \\ \vdots \\ \widetilde{w}_{s-q}(t) \end{pmatrix}, \; \widetilde{\overline{v}}_2(t) = \begin{pmatrix} \widetilde{v}_{s-q+1}(t) \\ \vdots \\ \widetilde{v}_s(t) \end{pmatrix},$$

$$\widetilde{w}_l(t) = -\sum_{i=1}^{n} \left[\sum_{k=1}^{p_i-1} \left\{ \sum_{j=1}^{k} c_{ij}\lambda_l^{k-j}\varphi_i^{(k+1-j)} \right\} \delta^{(p_i-1-k)}(t) \right] + (w_l^0 +$$

$$+ \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{p_i} c_{ij}\lambda_l^{p_i-j}\varphi_i^{(p_i+1-j)} + \sum_{m+1}^{n}\sum_{j=1}^{p_i} c_{ij}B^+ e^{\lambda_1 AB^+ t} A\varphi_i^{(p_i-j)} +$$

$$+ \int_0^t B^+ e^{\lambda_l AB^+(t-\tau)} (I - \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{p_i} \left\langle \cdot, \psi_i^{(j)} \right\rangle A\varphi_i^{(p_i+1-j)}) \cdot (\lambda_l A w_l^0 + g_l(\tau) +$$

$$+ \sum_{k=m+1}^{n} \xi_{k1}(\tau)\lambda_l A\varphi_k^{(1)}) d\tau + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{p_i} \xi_{ij}(t)\lambda_l^{j-1}\varphi_i^{(j)} +$$

$$+ \sum_{k=m+1}^{n} \xi_{k1}(t)\varphi_k^{(1)})\theta(t)[4], \quad l = \overline{1, s-q}, \quad r = min(m,n),$$

$$\widetilde{v}_l(t) = -A^{-1} g_l(t)\theta(t), \quad l = \overline{s-q+1, s}.$$

Здесь введены обозначения при $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,p_i}$,

$$c_{ij} = -\frac{1}{\lambda_l^{p_i+1-j}} \left\langle \lambda_l A w_l^0 + g_l(0), \psi_i^{(j)} \right\rangle - \frac{1}{\lambda_l^{p_i+2-j}} \left\langle g_l^{'}(0), \psi_i^{(j-1)} \right\rangle - \cdots -$$

$$-\frac{1}{\lambda_l^{p_i}} \left\langle g_l^{(j-1)}(0), \psi_i^{(1)} \right\rangle,$$

$$\xi_{ij} = -\sum_{k=0}^{p_i-j} \frac{1}{\lambda_l^{k+j}} \left\langle g_l^{(k)}(t) - g_l^{(k)}(0), \psi_i^{(p_i-k+1-j)} \right\rangle;$$

при $i = \overline{m+1, n}$, $j = \overline{1, p_i}$,

$$c_{ij} = -\frac{1}{\lambda_l^{p_i-j}} \left\langle Bw_l^0, \psi_i^{(j+1)} \right\rangle - \frac{1}{\lambda_l^{p_i-1-j}} \left\langle g_l(0), \psi_i^{(j)} \right\rangle - \dots - \frac{1}{\lambda_l^{p_i-1}} \left\langle g_l^{(j-2)}(0), \psi_i^{(2)} \right\rangle,$$

$$c_{ip_i} = -\left\langle w_l^0, \gamma_i \right\rangle - \frac{1}{\lambda_l} \left\langle g_l(0), \psi_i^{(p_i)} \right\rangle - \dots - \frac{1}{\lambda_l^{p_i-1}} \left\langle g_l^{(p_i-2)}(0), \psi_i^{(2)} \right\rangle,$$

$$\xi_{i1}(t) = -\sum_{k=0}^{p_i-1} \frac{1}{\lambda_l^{k+1}} \left\langle g_l^{(k)}(t) - g_l^{(k)}(0), \psi_i^{(p_i-k)} \right\rangle,$$

где $\gamma_i \in E_1^*$, $i = \overline{1, n}$ *– биортогональная система элементов к* φ_i, *т.е.* $\langle \varphi_i, \gamma_k \rangle = \delta_{ik}$, $i, k = \overline{1, n}$.

В силу произвольности функционалов $\psi_i^{(j)}$ *при* $i = \overline{m+1, n}$, $j = \overline{2, p_i}$ *соответствующие им коэффициенты* c_{ij} *оказываются свободными параметрами, а функции* $\xi_{i1}(t), i = \overline{m+1, n}$ *произвольными.*

Следствие 1. *Если в условиях теоремы 3 свободные параметры* c_{ij}, $i = \overline{m+1, n}$, $j = \overline{1, p_i}$ *положить равными нулю, а начальные условия* $\overline{u}_0$ *и функцию* $\overline{f}(t)$ *выбрать такими, что* $c_{ij} = 0$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, p_i}$, *то обобщенное решение (2.2) окажется классическим (непрерывным).*

Теорема 4. *Если выполнены условия теоремы 2, то в соответствии с условием (2.4) функция* $\widetilde{\overline{u}}(t) = E(t) * (\overline{f}(t)\theta(t) + MB\overline{u}_0\delta(t))$, *будет являться обобщенным решением задачи Коши (0.1)–(0.2), если для функции* $(\overline{f}(t)\theta(t) + MB\overline{u}_0\delta(t))$ *при* $\nu = \overline{n+1, m}$ *будут выполняться условия*

$$\left\langle e^{\lambda_l AB^+ t}, \psi_\nu \right\rangle z_\nu \theta(t) * (MBu_{0_l}\delta(t) + f_l(t)\theta(t)) = 0, \quad l = \overline{1, s-q}, \qquad (2.5)$$

причем свободных параметров и произвольных функций в обобщенном решении в этом случае нет.

Следствие 2. *Если в условиях теоремы 4 начальные условия* $\overline{u}_0$ *и функцию* $\overline{f}(t)$ *выбрать такими, что* $c_{ij} = 0$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, p_i}$ *и выполнено условие (2.5) то обобщенное решение* $\widetilde{\overline{u}}(t)$ *окажется классическим (непрерывным).*

Замечание 1. Если условие согласования I не выполняется, то порядок сингулярности как матричной фундаментальной оператор-функции, так и обобщенного решения повысится, а величина такого повышения будет определяться структурой корневого подпространства матричного пучка $(\mu M - \Lambda)$ и является объектом дальнейших исследований.

Список литературы

1. *Коробова О.В.* Сингулярные системы дифференциальных уравнений первого порядка в банаховых пространствах // Аналитическая механика, устойчивость и управление движением: Труды IX Международной Четаевской конференции, посвященной 105-летию Н.Г.Четаева, Иркутск – оз.Байкал, 12-16 июня 2007г./ — Иркутск, 2007. — С. 138–144.
2. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. — М.: Наука, 1988. — 552 с.
3. *Бояринцев Ю.Е.* Методы решения вырожденных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. — Новосибирск: Наука, 1988. — 157 с.
4. *Фалалеев М.В., Гражданцева Е.Ю.* Фундаментальные оператор-функции вырожденных дифференциальных и дифференциально-разностных операторов с нетеровым оператором в главной части в банаховых пространствах // Сиб.мат.журн. — 2005. — Т. 46, № 6. — С. 1393–1406.
5. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1981. — 512 с.
6. *Сидоров Н.А., Романова О.А., Благодатская Е.Б.* Уравнения с частными производными с оператором конечного индекса при главной части // Дифференц.уравнения. — 1994. — Т. 30, № 4. — С. 729–731.

O. V. Korobova

The singular systems of differential equations with neter operator by derivative in Banach spaces

Abstract. In this paper using the matrix fundamental operator-function the generalized solution of singular system of differential equations in Banach spaces is described and the connection between generalized and continuous solutions is investigated .