

Научное творчество В. И. Гурмана

Угнетающе печальная весть пришла к нам 8 июня 2016 г. — на 82-м году жизни скончался наш Учитель, доктор технических наук, профессор Владимир Иосифович Гурман. Так трагично завершилось почти полугодовое тревожное ожидание у его многочисленных учеников, последователей и коллег из разных уголков России, наступившее после нелепой и тяжелой травмы на лыжне, полученной Владимиром Иосифовичем, и последовавшей затем сложной операции, которую даже его тренированный организм перенести, к сожалению, не смог.

Такой исход человека, находившегося на взлете творческих сил, волне грядущих планов и энергии, стал громом среди ясного неба. И это не трафаретное сопровождение исхода — только что Владимир Иосифович «выпустил» двух докторов наук, а в 2015–2016 гг. опубликовал более десятка (!) статей по оптимальному управлению и системному анализу. В памяти некоторых «счастливчиков» наверняка остался просто блестящий доклад Владимира Иосифовича, сделанный им на семинаре в ИДСТУ СО РАН осенью 2015 г. Он был посвящен одной задаче из квантовой механики, которую Владимир Иосифович изящно решил аналитически своим излюбленным, оригинальным методом преобразования к производной задаче. И что примечательно, в ответ вошел некоторый параметр управляемости $\gamma \approx \pi/2$, в то время как в известных публикациях по этой задаче численными методами улавливались значения $\gamma \approx 1,57\dots$, но никакой связи с $\pi/2$ замечено не было. Ясно, что красивый ответ в терминах $\pi/2$ не случаен и связан с глубинной природой рассматриваемой квантовой модели.

Как оказалось, это была моя последняя личная встреча с Владимиром Иосифовичем, если не считать телефонного разговора в канун Нового, 2016 г.; в нем мы, конечно, обменялись поздравлениями и Владимир Иосифович напомнил об обещанной статье в инициированную им книгу (или спецвыпуск журнала), посвященную памяти своего Учителя, научного кумира и коллеги — Вадима Федоровича Кротова. Но судьба вынудила нас готовить выпуск этого журнала в память о Владимире Иосифовиче...

В этой заметке я попробую отразить научные результаты творчества Владимира Иосифовича в целом и его организационную и педагогическую деятельность во время пятнадцатилетней работы в Иркутске.

Родился В. И. Гурман 26 сентября 1934 г. в Москве, где прошел первый период его научного пути, хотя школу он заканчивал во Владивостоке: его отец был военным. В 1957 г. Владимир Иосифович окончил Московский авиационный институт, в 1964 г. защитил кандидатскую (ДСП) «Развитие и приложение в динамике полета новых методов вариационного исчисления», а в 1969 г. — докторскую «Метод кратных максимумов и задачи оптимального управления». На формирование

научных концепций В. И. Гурмана определяющее влияние оказал В. Ф. Кротов, а также участие в работе научных семинаров коллективов И. В. Остославского в МАИ и Д. Е. Охоцимского в МГУ.

К тому времени кротовское направление уже ярко заявило о себе, во-первых, оригинальностью базовых достаточных условий оптимальности — смелым снятием дифференциальных связей посредством некоторой вспомогательной функции и обобщенного лагранжиана задачи (теперь уместно называть его кротовианом), во-вторых, эффектными аналитическими решениями целой серии задач динамики полета (достаточно взглянуть на список публикаций В. И. Гурмана), и, возможно, самое главное, — экзотичностью предъявляемых оптимальных решений в форме минимизирующих последовательностей двух предельных типов — скользящих и импульсных режимов.

Первый тип был более или менее известен специалистам в контексте теорем существования оптимального управления и расширения задач путем овыщукления множества скоростей управляемой системы, например, по Р. В. Гамкрелидзе. Это позволяло применять для анализа оптимальности скользящих режимов принцип максимума расширенной задачи и некоторые необходимые условия для так называемых особых режимов. Но все они носили проверочный характер, а в работах В. Ф. Кротова и (более целенаправленно) В. И. Гурмана развивался метод кратных максимумов параллельного нахождения скользящих режимов и исследования их на оптимальность. Эти работы способствовали всплеску интереса к скользящим режимам как в теории, так и в приложениях.

Особо необходимо остановиться на задачах со вторым типом минимизирующих последовательностей, которые в пределе порождают обобщенные решения с разрывными траекториями, называемые ныне импульсными режимами. В то время их строгая формализация была дана для линейных задач в работах уральской школы Н.Н. Красовского и в некоторых зарубежных публикациях. Что же касается нелинейных задач, то их формализация (т. е. описание обобщенных решений) была получена много позднее путем привлечения разрывной замены времени и импульсных управлений типа распределений первого порядка (в частности, векторных мер Бореля). Но для школы Кротова такая формализация была и не нужна — в ее традициях было рассматривать задачи на множестве последовательностей обычных процессов, — а тогда все, что требовалось, — уметь находить разрывную траекторию оптимального импульсного режима (магистраль задачи) и конструировать для нее аппроксимирующую последовательность (по функционалу).

В. И. Гурман разработал метод, отвечающий указанным требованиям для широкого класса задач — от линейных по неограниченному управлению до оптимизации дифференциальных включений с неограниченным множеством скоростей. Первоначально он рассматривался

как специализированный вариант метода кратных максимумов — частично заданная разрешающей функции Кротова как гладкой суперпозиции первых интегралов вспомогательной (предельной) системы, описывающей «быстрые движения» и скачки обобщенной траектории; но затем был сделан важнейший шаг — переход к производной задаче меньшего порядка в фазовом пространстве первых интегралов, которая совершенно независима от достаточных условий Кротова. В своей статье 1972 г. («Автоматика и телемеханика», № 12) Владимир Иосифович наиболее полно изложил обоснование и идеологию метода преобразования к производной задаче, которым следовал до конца своего пути. В ней можно найти неизменные атрибуты современной теории импульсного управления — конус предельных (рецессивных) направлений множества скоростей системы, предельную систему с ее интегральным многообразием и замену времени с ростками другой, так сказать, «канонической» производной управляемой системы, которая ныне и применяется для описания обобщенных решений и сведения расширенной задачи импульсного управления к обычной.

Конечно, преобразование к производной задаче применимо для управляемых систем «не общего положения» — предельная система должна иметь нетривиальный набор первых интегралов (в системах, линейных по управлению, это предположение сводится к условию Фробениуса зануления скобок Ли векторных полей при управлении). Но что удивительно — в сочетании с некоторыми сопутствующими приемами эвристического характера (оценок множеств достижимости) этого вполне «хватало» В. И. Гурману и его последователям для решения интересных задач динамики полета, а впоследствии — робототехники, квантовой электроники, экономики и экологии. Это постоянное и пристальное внимание к прикладным задачам было характерной чертой Владимира Иосифовича и другого авторитета в области вырожденных задач динамической оптимизации — Станислава Тимофеевича Завалишина (г. Екатеринбург) и его исследовательской группы. В то же время сложилось так, что последующие обобщения рассматриваемых задач и результатов, безусловно, важные в математическом плане, весьма скудно пополняли «копилку» исследованных моделей. Причина, на мой взгляд, кроется в том, что полученные результаты не исследуются сами по себе и авторы «не заставляют их работать», как говорил в подобных ситуациях А. А. Милютин; возможно, для этого необходимо глубже изучать редуцированную задачу оптимизации в «канонической» производной системе, а не ограничиваться расшифровкой в терминах исходной модели принципа максимума для редуцированной задачи.

Я попытался рассказать о результатах В. И. Гурмана московского периода его творчества, которые отражены в монографиях 1969 и 1973 гг., ставших весьма цитируемыми и популярными. К этому, наверное, надо добавить, что то была замечательная пора, когда наблюдался бум

интереса к оптимальному управлению: в многочисленных публикациях победоносно шествовал выдающийся принцип максимума Понтрягина, который непрерывно обобщался «на более высокие порядки», сложные ограничения и на задачи управления распределенными системами. Вся эта динамика сопровождалась развитием теории необходимых условий в абстрактных экстремальных задачах на базе выпуклого анализа, который завершал свое формирование, и многозначного анализа, получившего толчок к своему становлению. Почти очевидно, что в этом потоке кротовское направление выделялось своеобразием (наряду со школой Н. Н. Красовского).

И вот в 1973 г. Владимир Иосифович получает приглашение на работу в Иркутске от руководства математического факультета ИГУ. Молодой, семилетний факультет уверенно вставал на ноги, быстро расширялся, но с квалифицированными кадрами было напряженно. Молодой доктор призван был организовать новую кафедру (она была названа АСУ), соответствующий учебно-методический цикл (специализацию) и создать научное направление. С тем научным багажом и авторитетом, с которыми Владимир Иосифович прибыл в Иркутск, кардинальных проблем, казалось бы, не было — направление ясно. Но тут Владимир Иосифович совершает крутой зигзаг и направляет основные усилия в область математического моделирования эколого-экономических процессов и систем. Я не знаю мотивов, которыми руководствовался Владимир Иосифович, принимая столь смелое решение, — то ли красоты Байкала и сибирские просторы подействовали, то ли (что более глубинно) осознание актуальности проблематики, но только молодые сотрудники формируемой кафедры тоже были ориентированы в новом направлении; сменилось и название кафедры — она стала называться кафедрой системного анализа. Этот поворот предопределил научную судьбу Владимира Иосифовича на всю жизнь.

Интересен метод Владимира Иосифовича формирования новой кафедры практически с нуля (лишь один сотрудник, приглашенный из Томска А. И. Москаленко, был кандидатом наук). Владимир Иосифович беседовал с молодыми, талантливыми преподавателями факультета (благо такой выбор был), знакомился с их дипломными работами (иногда с первыми публикациями) и «выставлял» на семинар кафедры (первое время он собирался два раза в неделю). По этой схеме костяк кафедры сложился достаточно быстро и так удачно, что уже через 5 лет, в 1978 г. вышла монография «Модели природных систем» при активном участии кафедры, а затем — в 1980 и 1981 гг. — еще 2 коллективных монографии в издательстве «Наука» (см. ниже список избранных трудов Владимира Иосифовича).

И что примечательно: надо иметь в виду, что Учитель и ученики стартовали в новом направлении с нулевой базой (!), так что обучались в ходе исследований одновременно, и «пахать» приходилось как

на «золотом научном прииске». А при этом — еще готовить и читать уникальные учебные курсы и спецкурсы, например, «Модели управления природными ресурсами», «Динамика биологических популяций», «Нормирование воздействий на динамические системы», «Идентификация моделей», «Математическая экономика» и т.д. Владимир Иосифович блестяще читал потоку курс «Математические модели оптимального управления», и вообще курсы математического плана, связанные с управлением и оптимизацией, тоже велись кафедрой. Очень большую помощь во всех этих делах оказывали сотрудники лаборатории информационных систем, созданной на ВЦ ИГУ под началом кафедры по инициативе Владимира Иосифовича.

По логике теперь следовало перейти к изложению основных результатов, полученных в новом направлении. Но охарактеризовать содержание почти тридцати монографий совершенно невозможно. Поэтому остановлюсь на основополагающих идеях Владимира Иосифовича, которые коллектив воплощал в жизнь.

Во-первых, нужно было выбрать «масштаб» объекта моделирования, и Владимир Иосифович предложил «замахнуться» на некоторый гипотетический «Регион» (прототипом у нас первоначально был Байкальский). Для эколого-экономической модели «Региона» в целом следовало выбрать некоторое унифицированное, достаточно простое описание (модель верхнего уровня), причем в нем показатели экономики, природных ресурсов, негативных ресурсов типа загрязнений и восстановительных отраслей их очистки должны были войти «на равных» (однотипно). После ряда дискуссий мы остановились на существенно модифицированном, линейном варианте динамической модели Леонтьева. Конечно, на такой модели можно было получать только весьма агрегированные показатели состояния «Региона», но зато коэффициенты модели имели ясный содержательный смысл, облегчающий ее идентификацию.

На втором уровне мыслился комплекс частных, детализированных моделей объектов или процессов «Региона», представляющих интерес (динамика популяций, лесных ресурсов, процесса загрязнения реки и т. д.). Авторам таких моделей никаких требований к структуре не предъявлялось, но они отвечали за их идентификацию и установление связей с моделью верхнего уровня.

Наконец, на третьем уровне (который мог и отсутствовать) могла быть модель уникального объекта (у нас — Байкал), в достаточной степени автономная.

Даже это краткое изложение концепции региональной эколого-экономической системы дает представление о том, какой громадный объем работы требовалось выполнить. Причем для этого необходимы были разноплановые специалисты: экономисты, биологи, географы, ихтиологи, гидродинамики и т. д. И лишь благодаря энтузиазму, неистощимой энергии, умению разъяснять и убеждать, которыми обладал Владимир

Иосифович, постепенно удалось сформировать эффективную «сборную команду» из специалистов институтов АН и вузов, причем не только Иркутска, но и Улан-Удэ. Замечу, что в 1984 г. Владимир Иосифович был приглашен В. М. Матросовым на работу в ИрВЦ СО АН (ныне ИДСТУ СО РАН), где создал еще одну лабораторию системного анализа. Если добавить плоды организационной деятельности Владимира Иосифовича в Переславле — университет, кафедра, зам. директора по науке молодого Института программных систем РАН, то можно только поражаться таланту и подвижничеству Владимира Иосифовича.

Ну а как же увлечение молодости — теория управления? Конечно, Владимир Иосифович ее не оставил, причем много внимания уделял оригинальным постановкам задач, возникавшим в процессах моделирования. Я коснусь их чуть ниже, а начну с результатов традиционного плана.

1. В части достаточных условий в регулярных задачах были получены квадратичные условия слабого и сильного минимума, на базе которых разработаны соответствующие методы улучшения управления.

Здесь мне хочется сделать замечание, устраняющее многолетнее недоразумение в отношении численных методов улучшения управления, «основанных на достаточных условиях Кротова» (в локальном варианте в группе «вычислителей В.И. Гурмана», и в глобальном — у В.Ф. Кротова). Сама правомочность постановки вопроса об улучшении на основе достаточных условий оптимальности противоречила традициям и вызывала недоумение. Я утверждаю, что в действительности обсуждаемые методы основаны именно на необходимых условиях оптимальности (не замеченных в тот период): эти условия используют ту же конструкцию обобщенного лагранжиана, что и достаточные условия, но совершенно иным, более осторожным способом. (Достаточно проанализировать кардинальную смену операций максимума и минимума в оценках отклонения текущего значения функционала от оптимального). Этот вердикт тесно связан с серией последних работ автора по необходимым условиям оптимальности с позиционными управлениями спуска по функционалу¹.

2. Для вырожденных задач с неограниченным множеством скоростей было формализовано понятие импульсных режимов, согласованное с методом производной задачи; для них установлен вариант принципа максимума, не требующий знания первых интегралов в аналитической форме. Для модифицированного, симметричного преобразования к производной задаче удалось продвинуться значительно дальше и получить полную систему квадратичных необходимых и достаточ-

¹ см., например, Дыхта В.А. Вариационные необходимые условия оптимальности с позиционными управлениями спуска в задачах оптимального управления // Доклады Академии наук. — 2015. — Т. 462, № 6. — С. 653–656.

ных условий локальной оптимальности импульсных режимов, причем в первом порядке ответ носил характер вариационного принципа максимума, не сводящегося к стандартному, даже если исследуемый режим — обычный.

3. В 1976 г. Владимир Иосифович ввел понятие сложных процессов и рассмотрел соответствующую нестандартную задачу оптимального управления. Суть задачи состояла в следующем. Задано некоторое конечное множество возможных состояний системы и в каждом из них — множество допустимых для него состояний перехода (все это можно задавать с помощью соответствующего графа). В каждом из состояний действует непрерывная управляемая система. Требуется найти такую конечную последовательность переходов из начального состояния в финальное и такие управления в каждом состоянии из последовательности переходов, чтобы обеспечить минимум некоторого функционала.

Для этой многоэтапной задачи Владимир Иосифович предложил здравую идею ее трактовки как дискретно-непрерывного процесса оптимизации. Тогда в соответствующем обобщении условий Кротова естественным образом появлялись две разрешающие функции (для дискретных переходов — функционал). Эта очень удачная формализация позволила разработать реализуемые методы улучшения процесса, которые использовались затем во многих прикладных задачах. Если я не ошибаюсь, то сама мысль о введении понятия сложного процесса возникла у Владимира Иосифовича в связи с одной задачей замечательного российского механика В. В. Белецкого об управлении движением двуногого манипулятора. Это сложное движение удачно вписывалось в предложенную модель, что позволило получить решение задачи.

В последние годы жизни Владимир Иосифович вновь обратился к задачам такого типа, но в более сложных вариантах, и в совместных работах с И. В. Расиной существенно усилил результаты и пополнил «копилку» приложений. (Это завершилось защитой докторской диссертации Ирины Викторовны.)

4. Еще одна необычная задача, навеянная моделированием экологических систем (впрочем, могут быть и другие), — это нормирование воздействий на динамическую систему. В этой задаче требуется сформировать такое возможно более широкое множество допустимых значений управления, чтобы все траектории динамической системы с управлениями из этого множества не покидали заданного множества в фазовом пространстве (заданные экологические ограничения должны выдерживаться).

Общий подход, развитый для этой задачи, состоял в построении внешних оценок множества достижимости данной системы с помощью векторной функции Кротова (это давало систему неравенств, содержащих множество допустимых управлений), а затем рассматривалась экстремальная задача на выбор возможно «богатого» множества управле-

ний из условия вложения оцененного множества достижимости в предписанное фазовое множество. Этот подход был весьма эффективно реализован в серии экологических приложений.

Математически задача нормирования перекликается с задачей о сильной инвариантности решений динамических систем; возможна ее содержательная переинтерпретация, связанная со свойством слабой инвариантности (хотя бы одна траектория системы должна выдерживать фазограничения). К сожалению, дальнейшие исследования по задаче нормирования и ее приложениям как-то затухают.

5. Комплексы созданных программ по оптимизации и параметрической идентификации применялись в серии весьма ответственных работ по управлению движением вертолетов Ка-26, Ка-32, Ка-50 (по договору с АО «Камов»), вертолетов серии Ми (по договору с ЛИИ), ракет средней и малой дальности (по договору с ЦНИИАГ).

В иркутский период деятельности Владимир Иосифович написал и издал 3 монографии по теории оптимального управления, еще две подготовлены коллективом авторов (в актив, наверное, можно занести и 4 монографии учеников Владимира Иосифовича, которые вряд ли увидели бы свет без его влияния и поддержки).

В 2013 г. во время торжеств в Иркутске, посвященных 40-летию кафедры теории систем, Владимир Иосифович несколько раз воодушевленно констатировал по поводу своего иркутского периода: «Я оказался в нужное время в нужном месте». Конечно, это было очень приятно слышать.

Ну а нам, ученикам, несказанно повезло работать и общаться с таким интеллигентным, демократичным, отзывчивым человеком и ученым широчайшего диапазона.

Остается сказать: «Прости и прощай, дорогой Учитель. Мы никогда не забудем тебя».

Избранные публикации В. И. Гурмана²

1. Развитие и приложение в динамике полета новых методов вариационного исчисления : дис. ... канд. техн. наук. – 1964 (ДСП). – 120 с.
2. Об оптимальных процессах особого управления // Автоматика и телемеханика. – 1965. – № 5. – С. 782–791.
3. Метод исследования одного класса оптимальных скользящих режимов // Автоматика и телемеханика. – 1965. – Т. 26, № 7. – С. 1169–1176.

² Полный список можно найти на сайте журнала «Программные системы: теория и приложения» по ссылке http://psta.psiras.ru/read/psta2016_3_109-131.pdf

4. Об оптимальных скользящих режимах в вариационных задачах динамики полета. Исследование по динамике полета. – М. : Машиностроение, 1965. – Соавт: В. Ф. Кротов.
5. Об оптимальных траекториях реактивного аппарата в центральном поле // Косм. исслед. – 1965. – № 3.
6. Метод кратных максимумов и условия относительной оптимальности управляемых процессов // Автоматика и телемеханика. – 1965. – № 12.
7. Структура оптимальных режимов движения ракет в однородном гравитационном поле // Косм. исслед. – 1966. – № 4. – С. 705–711.
8. К вопросу об оптимальности особых режимов движения ракет в центральном поле // Косм. исслед. – 1966. – № 4.
9. Об оптимальных траекториях между неориентированными орбитами в центральном поле // Косм. исслед. – 1966. – № 3.
10. Оптимальное регулирование угла атаки крылатого аппарата на условия минимума конечной скорости // Исследование по динамике полета. – М. : Машиностроение, 1968. – Соавт.: В. Ф. Кротов.
11. Задачи об оптимальном преследовании цели при конфликтной ситуации // Исследование по динамике полета. – М. : Машиностроение, 1968. – Соавт.: В. В. Пацочков.
12. Аналитическая оценка приближенно-оптимальных комбинированных разворотов // Косм. исслед. – 1969. – № 6. – Соавт.: В. В. Салмин, В. И. Шершнев.
13. Метод кратных максимумов и задачи оптимального управления : дис. ... д-ра техн. наук. – 1969. – 300 с.
14. Новые методы вариационного исчисления в динамике полета. – М. : Машиностроение, 1969. – 288 с. – Соавт.: В. Ф. Кротов, В. В. Букреев.
15. Оптимальное управление ориентацией вращающегося космического аппарата // Косм. исслед. – 1970. – № 3. – Соавт.: Э. К. Лавровский, С. И. Сергеев
16. Возможность выполнения траекторий аппарата с малой тягой с учетом его движения относительно центра масс // Косм. исслед. – 1970. – № 8. – С. 684–692. – Соавт.: Ю. В. Попов, В. В. Салмин
17. О движении вращающихся космических аппаратов с малой тягой в центральном поле // Тр. V Циолковских чтений. – 1971. – Соавт.: Ю. В. Попов, В. В. Салмин.
18. New variational methods in flight dynamics, Translated from Russian NASA TT F-657. – Jerusalem : Keter Press, 1971. — Co-auth.: V. Z. Bukreev, V. F. Krotov.
19. Об оптимальных управляемых процессах с неограниченными производными // Автоматика и телемеханика. – 1972. – № 12. – С. 14–21.

20. New Variational Methods in Flight Dynamics, NASA TT F-657. – Washington D. C., 1972. – Co-auth.: V. Z. Bukreev, V. F. Krotov.
21. Методы и задачи оптимального управления. – М. : Наука, 1973. – 446 с. – Соавт.: В. Ф. Кротов.
22. К теории оптимальных дискретных процессов // Автоматика и телемеханика. – 1973. – № 7. – С. 53–58.
23. Нормирование воздействий на динамическую систему // Вопросы прикладной математики. – Иркутск, 1974. – Соавт.: Г. Н. Константинов, И. В. Расина.
24. Оценка оптимальности одного класса траекторий перелета между орбитами ИСЗ и ИСЛ // Косм. исслед. – 1975. – № 3. – Соавт.: Л. И. Гусев.
25. Приближенный синтез оптимального управления // Автоматика и телемеханика. – 1976. – № 5. – С. 16–21.
26. Достаточные условия сильного минимума для вырожденных задач оптимального управления // Дифференц. уравнения. – 1976. – № 12. – С. 2129–2138. – Соавт.: В. А. Дыхта.
27. Вырожденные задачи оптимального управления. – М. : Наука, 1997. – 304 с.
28. Нормирование воздействий на динамические системы // Автоматика и телемеханика. – 1977. – № 9. – С. 92–97. – Соавт.: Г. Н. Константинов.
29. Математические проблемы нормирования антропогенных влияний // Долгосрочные прогнозы природных явлений. – Новосибирск : Наука 1977. – Соавт.: Г. Н. Константинов.
30. Вырожденные задачи оптимального управления и метод кратных максимумов // Автоматика и телемеханика. – 1977. – № 3. – С. 51–59. – Соавт.: В. А. Дыхта.
31. Достаточные условия оптимальности сложных процессов // Автоматика и телемеханика. – 1978. – № 4. – С. 127–134. – Соавт.: А. Г. Орлов.
32. О практических приложениях достаточных условий сильного относительного минимума // Автоматика и телемеханика. – 1979. – № 10. – С. 12–18. – Соавт.: И. В. Расина.
33. Сложные процессы двуногой ходьбы // Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша, 1979. – 095. – Соавт.: А. Г. Орлов.
34. Оптимальное управление природно-экономическими системами. – М. : Наука, 1980. – Соавт.: коллект. авт.
35. Модели управления природными ресурсами. – М. : Наука, 1981. – Соавт.: коллект. авт.
36. Динамика эколого-экономических систем. – М. : Наука, 1981. – Соавт.: Кол-в авт.
37. Взаимодействие природы и хозяйства Байкальского региона. – Новосибирск : Наука, 1981. – Соавт.: Кол-в авт.

38. Приближенные методы оптимального управления. – Иркутск : Изд-во Иркут. ун-та, 1983. – Соавт.: В. А. Батулин, И. В. Расина.
39. Принцип расширения в задачах управления. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука. Физматлит, 1985. – 288 с.
40. Улучшение и относительная оптимальность импульсных режимов // Теоретические и прикладные вопросы оптимального управления. – Новосибирск : Наука, 1985. – Соавт.: В. А. Батулин, Е. В. Данилина.
41. Приложение достаточных условий оптимальности Беллмана –Кротова к исследованию управляемых систем // Устойчивость движения. – Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1985. – 4 с. – Соавт.: Г. Н. Константинов.
42. Исследование и моделирование эколого-экономических систем // Модели и методы оценки антропогенного изменения геосистем. – Новосибирск : Наука, 1986. – Соавт.: В. А. Батулин.
43. Модели и методы оценки антропогенных возмущений экосистем. – Новосибирск : Наука, 1986. – Соавт.: А. К. Черкашин и др.
44. Новые методы улучшения управляемых процессов. – Новосибирск : Наука, 1987. – Соавт.: В. А. Батулин, Е. В. Данилина и др.
45. Эколого-экономические системы: модели, информация, эксперимент. – Новосибирск : Наука, 1987. – Соавт.: Кол-в авт.
46. Описание и оценка множеств достижимости управляемых систем // Дифференц. уравнения. – 1987. – № 23. – С. 416–423. – Соавт.: Г. Н. Константинов.
47. Методы улучшения в вычислительном эксперименте. – Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1988. – 184 с. – Соавт.: В. А. Батулин, А. И. Москаленко и др.
48. Одостаточных условиях оптимальности с разрешающей системой// Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 6. – С. 168–171.
49. Models and analysis of ecological-economic systems // Soviet J. Automat. Inform. Sci. – 1988. – N 20. – 4 p. – Co-auth.: L. I. Ivanova.
50. Модели и условия оптимальности дискретно-непрерывных процессов // Control and Cybernetics. – 1989. – N 1.
51. Эколого-экономическая стратегия развития региона. – Новосибирск : Наука, 1990. – Соавт.: В. Е. Викулов, Е. В. Данилина и др.
52. Методы исследования управляемых систем на основе принципа расширения. – Новосибирск : Наука, 1990. – Соавт.: Кол-в авт.
53. Методы решения задач теории управления на основе принципа расширения – Новосибирск : Наука, 1990. – Соавт.: В. А. Батулин, В. А. Дыхта и др.
54. Extensions and global estimates for evolutionary discrete control systems // Modeling and Inverse Problems of Control for Distributed

- Parameter Systems. – Lecture Notes in Control and Inform. Sci. – Vol. 154. – Berlin : Springer, 1991. – P. 16–21.
55. Генеральная концепция развития производительных сил в бассейне оз. Байкал (Предложения СО АН СССР) : науч. отчет : в 4 т. – 560 с. – Соавт.: коллект. авт.
 56. Формирование технопарков в малых городах России: социально-экономические условия и природные // Методология формирования технопарков для малых городов России (на примере г. Переславля-Залесского). – М. : ИСА РАН, РосНИИ РП, 1993.
 57. Extensions and Global Estimations for Evolutionary Discrete Control Systems // Теоретические и прикладные основы программных систем. – ИПС РАН, 1994.
 58. Гурман В. И. Точное описание и оценки множества достижимости управляемой системы в банаховом пространстве // Автоматика и телемеханика. – 1995. – № 3. – С. 3–11. – Соавт.: Д. М. Розенраух.
 59. On Approach to Assessing Air Pollution Impact on Children's Sick Rote // System Modelling Control. – 1995. – N 1. – Co-auth.: V. A. Baturin, E. M. Zilov.
 60. Системный подход к информационным и управленческим процессам в регионе // Пути и средства достижения сбалансированного эколого-экономического развития в нефтяных регионах Западной Сибири / Тр. NDI. – Т. 1. – Нижневартовск, 1995.
 61. Проблемы учета экологической составляющей в Системе Национальных Счетов // Экономика и математические методы. – 1996. – № 32. – Соавт.: Н. Э. Кульбака, Е. В. Рюмина.
 62. The extension principle in control problems. General theory and learning examples. – М. : Наука. Физматлит, 1998. – 160 с.
 63. Принцип расширения в абстрактной теории управления // Программные системы: теоретические основы и приложения. – М. : Наука. Физматлит, 1999.
 64. Опыт социо-эколого-экономического развития региона // Экономика и математические методы. – 1999. – № 3. – Соавт.: Н. Э. Кульбака, Е. В. Рюмина.
 65. Построение межгодовой динамики антропогенных возмущений экосистемы водоема // Изв. АН. Теория и системы управления. – 1999. – № 2. – С. 167–175. – Соавт.: А. А. Ахременков, Е. В. Шевчук.
 66. The Concept of the Regional Social Ecological Economic Model of Sustainable Developments and its Application to the Pereslavl Region – Environment indices. Systems Analysis Approach. – Oxford: EOLSS Publishers Co., 1999. – 689 p. – Co-auth.: N. E. Kulbaka
 67. Автоматизация формирования траекторий полета на борту вертолета // Мат. моделирование. – 2000. – № 12. – С. 11–17. – Соавт.: Л. Н. Никифорова.

68. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона. – М. : Наука, 2001. – 240 с. – Соавт.: Е. В. Рюмина.
69. Моделирование и управление процессами регионального развития. – М. : Физматлит, 2001. – Соавт.: С. Н. Васильев и др.
70. A dynamic model of optimal reduction of marine oil pollution // International Journal of Environment and Pollution. – 2001. – N 15. – P. 322–332. – Co-auth.: C. Deissenberg, H. Gottinger.
71. Интеллектуальные процедуры оптимального управления // Автоматика и телемеханика. – 2002. – № 5. – С. 147–155. – Соавт.: Д. В. Бельшев.
72. Управление колебаниями при ограниченном ресурсе управления // Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления. – 2002. – № 1. – Соавт.: Л. Н. Знаменская.
73. Оптимальное управление в траекторных задачах динамики полета вертолета // Оптимизация, управление, интеллект. – Иркутск : ИДСТУ, 2002. – Соавт.: В. А. Батурин, Д. Е. Урбанович.
74. Магистральные решения в процедурах поиска оптимальных управлений // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 3. – С. 61–71.
75. Вырожденность нелинейных задач оптимального управления // Нелинейная теория управления: динамика, управление, оптимизация / ред.: В. М. Матросов, С. Н. Васильев, А. И. Москаленко. – М. : Физматлит, 2003. – С. 147–163.
76. Программный комплекс многометодных интеллектуальных процедур оптимального управления // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 6. – С. 60–67. – Соавт.: Д. В. Бельшев
77. Модели и условия оптимальности для гибридных управляемых систем // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2004. – № 4. – С. 70–75.
78. Магистральные решения в задачах оптимизации стратегий развития регионов // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 4. – С. 108–117. – Соавт.: М. Ю. Ухин
79. Метод кратных максимумов и условия оптимальности особых экстремалей // Дифференц. уравнения. – 2004. – № 40. – С. 1486–1493.
80. Многометодные процедуры оптимального управления // Современная математика и ее приложения. – 2005. – № 29. – С. 72–80.
81. Применение математических моделей для исследования устойчивого регионального развития // Изв. Кабард.-Балкар. науч. центра РАН. – 2005. – № 2. – С. 6–13. – Соавт.: Д. Е. Урбанович, М. Ю. Ухин.
82. Синтез оптимального управления в системах с неограниченным множеством скоростей // Дифференц. уравнения. – 2005. – № 49. – С. 1482–1490. – Соавт.: М. Ю. Ухин.

83. Практические схемы оптимизации управления на основе принципа расширения // Автоматика и телемеханика. – 2006. – № 4. – С. 25–41. – Соавт.: М. Ю. Ухин, Ни Минь Кань.
84. Синтез оптимального управления периодическими процессами при неограниченном времени // Автоматика и телемеханика. – 2007. – № 2. – С. 17–25. – Соавт.: М. Ю. Ухин
85. Анализ стратегий развития прибайкальского региона на социо-эколого-экономической модели // Экономика природопользования. – 2007. – № 1. – С. 35–45. – Соавт.: Д. Е. Урбанович.
86. Приближенные методы оптимизации управления летательным аппаратом // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 4. – С. 191–201. – Соавт.: В. Н. Квоков, М. Ю. Ухин.
87. Реализация скользящих режимов как обобщенных решений задач оптимального управления // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 3. – С. 51–59. – Соавт.: Ни Минь Кань.
88. Улучшение управления, реализующего скользящий режим // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 3. С. 161–171. – Соавт.: Е. А. Трушкова, М. Ю. Ухин.
89. Представление импульсных режимов – обобщенных решений управляемых дифференциальных систем // Дифференц. уравнения. – 2008. – № 44. – Соавт.: Ни Минь Кань.
90. Представление и реализация обобщенных решений управляемых систем с неограниченным годографом // Автоматика и телемеханика. – 2008. – № 3. – С. 72–80. – Соавт.: Ю. Л. Сачков.
91. Приближенная оптимизация управления на основе преобразований модели объекта // Автоматика и телемеханика. – 2009. – № 3. – С. 13–23. – Соавт.: Е. А. Трушкова, А. О. Блинов.
92. Преобразования управляемых систем для исследования импульсных режимов // Автоматика и телемеханика. – 2009. – № 4. – С. 89–97.
93. Вырожденные задачи оптимального управления; I // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 3. – С. 36–50. – Соавт.: Ни Минь Кань.
94. Вырожденные задачи оптимального управления, II / Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 4. – С. 57–70. – Соавт.: Ни Минь Кань.
95. Вырожденные задачи оптимального управления, III // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 5. – С. 32–46. – Соавт.: Ни Минь Кань.
96. Магистральные решения в задачах оптимального управления квантомеханическими системами // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 6. – С. 115–126.
97. Улучшение и приближенно-оптимальный синтез управления в окрестности опорной траектории // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 12. – С. 24–37. – Соавт.: В. И. Расина.
98. Оптимальное управление ресурсами с учетом инноваций // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 7. – С. 5–12. – Соавт.: Д. Халтар.

99. Абстрактные задачи оптимизации и улучшения // Программные системы: теория и приложения. – 2011. – № 5. – С. 21–29.
100. Эволюция и перспективы приближенных методов оптимального управления // Программные системы: теория и приложения. – 2011. – № 2. – С. 11–29. – Соавт.: И. В. Расина, А. О. Блинов.
101. Синтез оптимального управления квантовомеханической системой // Программные системы: теория и приложения. – 2011. – № 1. – С. 9–18. – Соавт.: А. О. Блинов.
102. Проблемы информационного обеспечения модели региона // Вестн. БГУ. – 2012. – № 1. – Соавт.: Д. Ц. Будаева.
103. Программный комплекс для сценарного анализа инновационных стратегий развития региона // Программные системы: теория и приложения. – 2012. – № 5. – С. 7–22. – Соавт.: О. В. Фесько, Е. А. Трушкова.
104. Дискретно-непрерывные представления импульсных процессов в управляемых системах // Автоматика и телемеханика. – 2012. – № 8. – С. 16–29. – Соавт.: В. И. Расина.
105. Достаточные условия оптимальности в иерархических моделях неоднородных систему // Автоматика и телемеханика. – 2013. – № 12. – С. 15–30. – Соавт.: В. И. Расина.
106. Модели управляемых систем, порождающие магистральные решения задач оптимального управления // Программные системы: теория и приложения. – 2013. – № 4. – С. 104–125. – Соавт.: И. С. Гусева
107. Модели управляемых систем, порождающие магистральные решения задач оптимального управления // Программные системы: теория и приложения. – 2013. – № 4. – С. 91–106. – Соавт.: И. В. Расина, О. В. Фесько.
108. Оптимизация процессов в спиновой цепочке // Автоматика и телемеханика. – 2014. – № 12. – С. 153–159. – Соавт.: В. И. Расина.
109. Метод улучшения управления для иерархических моделей систем сетевой структуры // Изв. Иркут. гос. ун-та. Сер. Математика. – 2014. – № 8. – С. 71–85. – Соавт.: В. И. Расина, О. В. Фесько, О. В. Усенко.
110. Итерационные процедуры на основе метода глобального улучшения управления // Программные системы: теория и приложения. – 2014. – № 2. – С. 47–61. – Соавт.: И. С. Гусева, С. Н. Насатуева, О. В. Фесько.
111. Нормирование антропогенных воздействий на природную среду на основе эколого-экономических моделей // Управление большими системами. – 2015. – № 5. – С. 160–184. – Соавт.: Л. Ю. Дамешек, Г. Н. Константинов, С. Н. Насатуева, И. В. Расина, Т. В. Чемезова.
112. Некоторые подходы к оптимизации процессов управления. Ч. I // Автоматика и телемеханика. – 2016. – № 8. – С. 66–84. – Соавт.: В. И. Расина, И. С. Гусева, О. В. Фесько.

113. Возможности применения математических моделей и методов к исследованию проблем устойчивого развития регионов на примере арктической зоны // Программные системы: теория и приложения. – 2016. – № 2. – С. 105–125. – Соавт.: И. В. Расина, А. О. Блинов, И. С. Гусева, Н. Э. Кульбака, О. В. Фесько.
114. Метод глобального улучшения управления для неоднородных дискретных систем // Программные системы: теория и приложения. – 2016. – № 1. – С. 171–186. – Соавт.: И. В. Расина.
115. Концептуальная основа разработки комплекса социо-эколого-экономических моделей региона // Экономика природопользования. – 2016. – № 4. – С. 44–52. – Соавт.: И. В. Расина, А. О. Блинов, О. В. Фесько.

В. А. Дыхта