Серия «Математика»
2011. Т. 4, № 2. С. 16—26

Онлайн-доступ к журналу:
http://isu.ru/izvestia

И З В Е С Т И Я
Иркутского государственного университета

УДК 517.977

Итерационные процедуры улучшения в задачах управления набором функционалов

Е. В. Аксенюшкина
Байкальский государственный университет экономики и права

Аннотация. Рассматривается два класса задач оптимального управления на основе конечного числа терминальных функционалов. Проблема улучшения допустимых управлений решается с помощью системы интегральных уравнений относительно функциональных параметров варьирования. Необходимые условия оптимальности связаны с несовместностью введенной системы соотношений. Итерация улучшения предполагает решение специальных задач оптимального управления на минимум нормы конечного состояния.

Ключевые слова: задачи оптимального управления, методы улучшения набора функционалов.

Введение

В работе рассматриваются два класса задач оптимального управления относительно конечного набора терминальных функционалов:
1) на минимум одного функционала при ограничениях типа неравенства на остальные,
2) на минимум функционала — свертки типа максимума из заданного набора.

Связь между указанными задачами состоит, например, в том, что принцип максимума в обоих случаях может быть сформулирован в минимаксной интерпретации (без множителей Лагранжа) [1, 4].

В данной работе для решения проблемы улучшения допустимых управлений используется процедура варьирования в форме обобщенной выпуклой комбинации. Для поиска функциональных параметров варьирования в минимаксной задаче конструируется специальная система интегральных уравнений. При этом необходимые условия оптимальности имеют нетрадиционный характер и связаны с несовместностью введенных соотношений. В рамках предлагаемой формализации численное решение вспомогательных задач естественно проводить на основе метода наименьших квадратов. В результате итерация улучшения связана с решением специальных задач на минимум евклидовой нормы конечного состояния в простейшей системе фазовых уравнений, правая часть которых зависит только от управления и времени. Нелокальные методы эффективного решения подобного сорта задач представлены, например, в [5].

1. Задача с ограничениями типа неравенства

Рассмотрим управляемый процесс ($u(t) \in R^r$ — управление, $x(t) \in R^n$ — фазовое состояние), который на заданном промежутке $T = [t_0, t_1]$ описывается с помощью динамической системы

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad x(t_0) = x^0.$$

Введем множество доступных управлений

$$V = \{u \in PC_r(T) : \ u(t) \in U, \ \ t \in T\}.$$

Это кусочно-непрерывные вектор-функции $u(t), \ t \in T$ с ограничением типа включения. На множестве V определим набор терминальных функционалов

$$\Phi_i(u) = \varphi_i(x(t_1)), \quad i = \overline{0, m}$$

и поставим задачу оптимального управления

$$\Phi_0(u) \to min, \quad \Phi_i(u) \leq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad u \in V. \tag{1.1}$$

Управление $u \in V$ назовем допустимым в задаче (1.1), если выполнены функциональные ограничения $\Phi_i(u) \leq 0, \ \ i = \overline{1, m}$. Обозначим через W множество допустимых управлений.

Введем следующий набор условий относительно данной задачи: терминальные функции $\varphi_i(x), \quad i = \overline{0, m}$ непрерывно-дифференцируемы на R^n, вектор-функция $f(x, u, t)$ линейно зависит от u и непрерывна по (x, t) вместе с производными по x на $R^n \times R^r \times T$, множество U выпукло и компактно.

Пусть $u(t), \ t \in T$ — допустимое управление, $x(t) = x(t, u)$ соответствующая ему фазовая траектория. Выделим набор индексов активных ограничений вместе с индексом целевого функционала

$$I = \{0, \ i = \overline{1, m} : \ \Phi_i(u) = 0\}.$$

Введем функцию Понтрягина

$$H(\psi, x, u, t) = < \psi, f(x, u, t) >$$

и для каждого функционала $\Phi_i(u), \ \ i \in I$ определим решение $\psi^i(t)$ сопряженной системы

$$\dot{\psi} = -H_x(\psi, x(t), u(t), t), \qquad \psi(t_1) = -\nabla \varphi_i(x(t_1)).$$

Будем использовать обозначение

$$H_u^i[t,u] = H_u(\psi^i(t), x(t), u(t), t).$$

Сформулируем необходимое условие оптимальности в минимаксной интерпретации, пригодной для построения процедуры улучшения.

Введем величину

$$\mu(u) = \max_{v \in V} \min_{i \in I} \int_T < H_u^i[t,u],\, v(t) - u(t) > dt.$$

Принцип максимума. Если управление $u(t),\ t \in T$ является оптимальным в задаче (1.1), то $\mu(u) = 0$.

Отметим, что неотрицательная величина $\mu(u)$ может служить невязкой принципа максимума на управлении $u \in W$.

Процедура варьирования для управления $u \in W$ оформляется следующим соотношением с параметром $\alpha \in [0,1]$

$$u_{v,\chi}(t) = u(t) + \chi(t)(v(t) - u(t)), \quad t \in T, \tag{1.2}$$

$$v \in V, \quad \chi \in \mathcal{X}_\alpha,$$

$$\mathcal{X}_\alpha = \{\chi \in PC(T) :\ \chi(t) \in [0,1],\ \int_T \chi(t)dt = \alpha(t_1 - t_0)\}.$$

Формула (1.2) определяет процедуру смешанного варьирования. Если $\chi(t) = \alpha,\ t \in T$, то получаем слабое варьирование в форме классической комбинации: $u_{v,\alpha}(t) = u(t) + \alpha(v(t) - u(t)),\ t \in T$. Если $\chi(t) = 0 \vee 1,\ t \in T$, то приходим к схеме игольчатого варьирования с параметром

$$\alpha = \frac{mes\{t \in T :\ \chi(t) = 1\}}{t_1 - t_0}.$$

Отметим, что в наших условиях правило варьирования (1.2) является допустимым относительно множества $V :\ u_{v,\chi}(\cdot) \in V$.

Перейдем к описанию процедуры улучшения для управления $u \in W$. Соответствующие приращения функционалов $\Phi_i,\ i \in I$ имеют вид [5]

$$\Phi_i(u_{v,\chi}) - \Phi_i(u) = \delta\Phi_i(u,v,\chi) + o_i(\alpha). \tag{1.3}$$

Здесь

$$\delta\Phi_i(u,v,\chi) = -\int_T \chi(t) < H_u^i[t,u],\, v(t) - u(t) > dt. \tag{1.4}$$

Для того, чтобы при варьировании (1.2) обеспечить уменьшение функционалов $\Phi_i(u),\ i \in I$ необходимо согласно формуле (1.3) для малых $\alpha \in (0,1]$ выбрать параметры варьирования $v \in V,\ \chi \in \mathcal{X}_\alpha$ из условия минимизации вариаций $\delta\Phi_i(u,v,\chi),\ i \in I$.

Применяя свертку типа максимума, поставим для $u \in W$ следующую задачу в вариациях

$$\max_{i \in I} \delta\Phi_i(u, v, \chi) \to min, \quad v \in V, \quad \chi \in \mathcal{X}_\alpha.$$

С учетом выражения (1.4) приходим к задаче вида

$$\min_{i \in I} \int_T \chi(t) < H_u^i[t, u],\, v(t) - u(t) > dt \to max, \quad v \in V, \quad \chi \in \mathcal{X}_\alpha. \quad (1.5)$$

Пусть $v_\alpha(t),\ \chi_\alpha(t),\ \ t \in T$ — ее решение. Обозначим через $\mu_\alpha(u)$ значение задачи (1.5).

Образуем семейство управлений

$$u_\alpha(t) = u(t) + \chi_\alpha(t)(v_\alpha(t) - u(t)), \quad t \in T.$$

Для обоснования свойства улучшения предварительно установим связь между величинами $\mu(u)$ и $\mu_\alpha(u)$.

Лемма 1. *Для любого* $\alpha \in (0, 1]$ *имеет место неравенство*

$$\alpha\mu(u) \le \mu_\alpha(u).$$

Доказательство. Пусть управление $\bar{v} \in V$ доставляет максимум в выражении для $\mu(u)$:

$$\mu(u) = \min_{i \in I} \int_T < H_u^i[t, u],\, \bar{v}(t) - u(t) > dt.$$

Поскольку функция $\chi(t) = \alpha,\ t \in T$ является допустимой в задаче (1.5), то

$$\mu_\alpha(u) = \min_{i \in I} \int_T \chi_\alpha(t) < H_u^i[t, u],\, v_\alpha(t) - u(t) > dt \ge$$

$$\ge \min_{i \in I} \int_T \alpha < H_u^i[t, u],\, \bar{v}(t) - u(t) > dt = \alpha\mu(u).$$

□

Докажем результирующее утверждение о возможности улучшения.

Теорема 1. *Пусть управление* $u \in W$ *не удовлетворяет принципу максимума в задаче (1.1). Тогда для малых* $\alpha \in (0, 1]$ *управление* u_α *является допустимым со свойством улучшения* $\Phi_0(u_\alpha) < \Phi_0(u)$.

Доказательство. Для приращения функционалов $\Phi_i(u),\ i \in I$ на основании формулы (1.3) справедливо представление

$$\Phi_i(u_\alpha) - \Phi_i(u) = \delta\Phi_i(u, v_\alpha, \chi_\alpha) + o_i(\alpha) =$$

$$= -\int_T \chi_\alpha(t) < H_u^i[t,u],\, v_\alpha(t) - u(t) > dt + o_i(\alpha), \quad i \in I.$$

Поскольку

$$\mu_\alpha(u) = \min_{i\in I} \int_T \chi_\alpha(t) < H_u^i[t,u],\, v_\alpha(t) - u(t) > dt,$$

то с учетом леммы

$$\Phi_i(u_\alpha) - \Phi_i(u) \le -\mu_\alpha(u) + o_i(\alpha) \le -\alpha\mu(u) + o_i(\alpha), \quad i \in I.$$

По условию теоремы $\mu(u) > 0$. Следовательно, для малых $\alpha \in (0,1]$ $\Phi_i(u_\alpha) < \Phi_i(u)$, $i \in I$, то есть

$$\Phi_i(u_\alpha) < 0, \quad i \in I \setminus \{0\}, \quad \Phi_0(u_\alpha) - \Phi_0(u) < 0.$$

Для неактивных ограничений ($\Phi_i(u) < 0$) выполнение обеспечено вследствие локальности варьирования: $\Phi_i(u_\alpha) = \Phi_i(u) + O_i(\alpha)$, $i \notin I$.

$\square$

Таким образом, итерация улучшения связана с решением вспомогательной задачи (1.5) минимаксного типа, зависящей от параметра $\alpha \in (0,1]$. Такого сорта вспомогательные задачи возникают, как правило, в методах доверительной области для решения задач математического программирования [3]. В данном случае задача (1.5) с параметром α возникла естественным образом, как следствие процедуры варьирования (1.2).

2. Дискретная минимаксная задача

Определим основные элементы рассматриваемой задачи
1) обыкновенная динамическая система

$$\dot{x} = f(x,u,t), \quad x(t_0) = x^0,$$

2) множество допустимых управлений

$$V = \{u \in PC_r(T) : \, u(t) \in U, \;\; t \in T\},$$

3) набор терминальных функционалов

$$\Phi_i(u) = \varphi_i(x(t_1)), \quad i = \overline{1,m}.$$

Образуем функционал максимума

$$\Phi(u) = \max_{1\le i\le m} \Phi_i(u)$$

и поставим задачу оптимального управления

$$\Phi(u) \to min, \quad u \in V. \tag{2.1}$$

Предположим, что значение задачи положительно, то есть $\Phi(u) > 0$ для любого $u \in V$.

По части вектор-функции $f(x,u,t)$, функций $\varphi_i(x)$ и множества U сохраним предположения п.1.

Рассмотрим базовое управление $u \in V$ вместе с соответствующими траекториями $x(t),\ \psi^i(t),\ t \in T,\ i = \overline{1,m}$ фазовой и сопряженной систем. Проведем варьирование управления $u(t)$ на основе семейства $u_{v,\chi}(t)$ согласно формуле (1.2). Соответствующие приращения функционалов $\Phi_i(u)$ представим следующим образом

$$\Phi_i(u_{v,\chi}) - \Phi_i(u) = -\int_T \chi(t) g_i(t, v(t))dt + o_i(\alpha), \tag{2.2}$$

$$g_i(t,v) =< H_u(\psi^i(t), x(t), t),\, v - u(t) >, \quad i = \overline{1,m}.$$

Введем параметр $\varepsilon \in [0,\, \Phi(u))$ и образуем набор индексов ε-активных ограничений

$$I_\varepsilon(u) = \{i = \overline{1,m} :\ \Phi_i(u) \geq \Phi(u) - \varepsilon\}.$$

Отметим, что $\Phi_i(u) > 0,\ \ i \in I_\varepsilon$.

Зафиксируем параметр варьирования $\alpha \in (0,1]$. Выбор функциональных параметров $v(\cdot),\ \chi(\cdot)$ определим условиями

$$\Phi_i(u_{v,\chi}) - \Phi_i(u) = -\alpha\Phi_i(u) + o_i(\alpha), \quad i \in I_\varepsilon(u).$$

Понятно, что это требование обеспечивает локальное уменьшение ε-активных функционалов: $\Phi_i(u_{v,\chi}) < \Phi_i(u)$ для малых $\alpha \in (0,1]$.

С учетом формулы (2.2) получаем задачу в вариациях (система интегральных уравнений относительно $v(\cdot),\ \chi(\cdot)$ с дополнительными условиями типа включения)

$$\int_T \chi(t) g_i(t, v(t))dt = \alpha\Phi_i(u), \quad i \in I_\varepsilon(u),$$

$$v \in V, \quad \chi \in \mathcal{X}_\alpha.$$

Согласно определению множеств $V,\ \mathcal{X}_\alpha$ представим вспомогательную задачу в развернутой форме

$$\int_T \chi(t) g_i(t, v(t))dt = \alpha\Phi_i(u), \quad i \in I_\varepsilon(u), \tag{2.3}$$

$$\int_T \chi(t)dt = \alpha(t_1 - t_0),$$

$$\chi(t) \in [0,1], \quad v(t) \in U, \quad t \in T.$$

Изучим вопрос о разрешимости задачи (2.3).

Лемма 2. *Пусть для* $\alpha_0 \in (0,1]$ *задача (2.3) имеет решение* $(\chi_0(t),\, v_0(t))$, $t \in T$. *Тогда для любого* $\alpha \in (0,\alpha_0)$ *задача (2.3) имеет следующее решение*

$$\chi_\alpha(t) = \frac{\alpha}{\alpha_0}\chi_0(t), \quad v_\alpha(t) = v_0(t), \qquad t \in T.$$

Доказательство. Согласно условию леммы 2

$$\int_T \chi_0(t) g_i(t, v_0(t))dt = \alpha_0 \Phi_i(u), \quad i \in I_\varepsilon(u),$$

$$\int_T \chi_0(t)dt = \alpha_0(t_1 - t_0),$$

$$\chi_0(t) \in [0,1], \quad v_0(t) \in U, \quad t \in T.$$

Поскольку $\alpha \in (0,\alpha_0)$, то $\chi_\alpha(t) \in [0,1], \quad t \in T$.

Проверим интегральные равенства

$$\int_T \chi_\alpha(t) g_i(t, v_\alpha(t))dt = \frac{\alpha}{\alpha_0}\int_T \chi_0(t) g_i(t, v_0)dt = \alpha\Phi_i(u),$$

$$\int_T \chi_\alpha(t)dt = \frac{\alpha}{\alpha_0}\int_T \chi_0(t)dt = \alpha_0(t_1 - t_0).$$

□

В условиях леммы 2 образуем семейство варьированных управлений

$$u_\alpha(t) = u(t) + \chi_\alpha(t)(v_0(t) - u(t)), \quad t \in T.$$

В соответствии с процедурой варьирования (формула (2.2), задача (2.3)) справедливо представление

$$\Phi_i(u_\alpha) - \Phi_i(u) = -\alpha\Phi_i(u) + o_i(\alpha), \quad i \in I_\varepsilon(u). \tag{2.4}$$

Докажем еще одно вспомогательное утверждение. Выделим индексное множество

$$I_0(u) = \{i = \overline{1,m} : \ \Phi_i(u) = \Phi(u)\}$$

и введем величину

$$\gamma = \Phi(u) - \max_{i \notin I_0(u)} \Phi_i(u).$$

Понятно, что для $i \notin I_0(u)$ выполняется неравенство

$$\Phi(u) - \Phi_i(u) \geq \gamma.$$

Кроме того, отметим, что $I_\varepsilon(u) = I_0(u)$ при $\varepsilon \in [0,\gamma)$.

Лемма 3. *Для достаточно малых* $\alpha \in (0,1)$ *имеет место включение* $I_\varepsilon(u_\alpha) \subset I_\varepsilon(u)$ *при* $\varepsilon \in [0, \frac{1}{2}\gamma]$.

Доказательство. Будем использовать известное неравенство для функции максимума [2]

$$|\Phi(u_\alpha) - \Phi(u)| \le \max_{1\le i\le m} |\Phi_i(u_\alpha) - \Phi_i(u)|.$$

В силу представления (2.4) для достаточно малых $\alpha \in (0,1)$ справедливы оценки

$$|\Phi_i(u_\alpha) - \Phi_i(u)| < \frac{1}{4}\gamma, \ \ i = \overline{1,m}, \quad |\Phi(u_\alpha) - \Phi(u)| < \frac{1}{4}\gamma.$$

Пусть $\varepsilon \in [0,\ \frac{1}{2}\gamma],\ i \in I_\varepsilon(u_\alpha)$. Это значит, что

$$\Phi(u_\alpha) - \Phi_i(u_\alpha) \le \varepsilon.$$

Оценим разность

$$\Phi(u) - \Phi_i(u) = (\Phi(u) - \Phi(u_\alpha)) + (\Phi(u_\alpha) - \Phi_i(u_\alpha)) +$$

$$+ (\Phi_i(u_\alpha) - \Phi_i(u)) < \frac{1}{4}\gamma + \varepsilon + \frac{1}{4}\gamma \le \gamma.$$

Итак, $\Phi(u) - \Phi_i(u) < \gamma$. В силу определения γ это возможно только для $i \in I_\varepsilon(u)$. Таким образом, $i \in I_\varepsilon(u_\alpha) \Rightarrow i \in I_\varepsilon(u)$.

□

Проведем обоснование свойства улучшения функционала $\Phi(u)$ на управлениях $u_\alpha(t)$.

Теорема 2. *Пусть для некоторого значения $\alpha_0 \in (0,1]$ задача (2.3) разрешима. Тогда для достаточно малых $\alpha \in (0,\alpha_0)$ выполняется неравенство $\Phi(u_\alpha) < \Phi(u)$.*

Доказательство. С учетом соотношения (2.4) и утверждения леммы 3 для достаточно малых $\alpha \in (0,\alpha_0)$ получаем

$$\Phi(u_\alpha) = \max_{i\in I_\varepsilon(u_\alpha)} \Phi_i(u_\alpha) \le \max_{i\in I_\varepsilon(u)} \Phi_i(u_\alpha) \le$$

$$\le (1-\alpha) \max_{i\in I_\varepsilon(u)} \Phi_i(u) + \max_{i\in I_\varepsilon(u)} o_i(\alpha) =$$

$$= (1-\alpha)\Phi(u) + o(\alpha).$$

В результате имеем оценку улучшения

$$\Phi(u_\alpha) - \Phi(u) \le -\alpha\Phi(u) + o(\alpha).$$

□

Выясним связь условия неразрешимости задачи (2.3) с принципом максимума.

Пусть $\varepsilon \in [0, \frac{1}{2}\gamma]$. Тогда $I_\varepsilon(u) = I_0(u)$ (набор индексов «чисто» активных ограничений) и для малых $\alpha \in (0,1)$ имеет место включение $I_\varepsilon(u_\alpha) \subset I_0(u)$, необходимое для обеспечения свойства улучшения.

Лемма 4. *Пусть управление $u \in V$ удовлетворяет принципу максимума в задаче (2.1). Тогда интегральная система (2.3) несовместна для любого $\alpha \in (0,1]$.*

Доказательство. Согласно условию леммы 4 существуют множители

$$\lambda_i \geq 0, \quad i \in I_0(u), \quad \sum_{i \in I_0(u)} \lambda_i = 1, \tag{2.5}$$

которые обеспечивают условие максимума

$$\sum_{i \in I_0(u)} \lambda_i g_i(t, v(t)) \leq 0, \quad t \in T, \quad v(t) \in U.$$

Отсюда для любой кусочно-непрерывной функции $\chi(t) \in [0,1],\ t \in T$ получаем

$$\sum_{i \in I_0(u)} \lambda_i \chi(t) g_i(t, v(t)) \leq 0, \quad t \in T, \quad v(t) \in U.$$

Следовательно, для любой пары $\chi(t) \in [0,1],\ v(t) \in U$

$$\sum_{i \in I_0(u)} \lambda_i \int_T \chi(t) g_i(t, v(t)) dt \leq 0.$$

Отсюда с учетом условия (2.5) приходим к заключению

$$\min_{i \in I_0(u)} \int_T \chi(t) g_i(t, v(t)) dt \leq 0, \quad \chi(t) \in [0,1], \quad v(t) \in U.$$

Это означает, что система (2.3) при $I_\varepsilon(u) = I_0(u),\ \alpha \in (0,1]$ несовместна.

□

Таким образом, неразрешимость задачи (2.3) при $\alpha \in (0,1]$ является необходимым условием оптимальности в минимаксной задаче (2.1) (следствие принципа максимума).

В заключение обсудим проблему численного решения интегральной системы (2.3). Здесь естественно использовать редукцию к задаче оптимального управления на основе метода наименьших квадратов. В результате получаем задачу с управлением $(v(t), \chi(t))$, фазовыми переменными $(y_0(t), y_i(t), i \in I_\varepsilon(u))$ и квадратичным функционалом

$$F_\alpha(v, \chi) = \frac{1}{2}(y_0(t_1) - \alpha(t_1 - t_0))^2 + \frac{1}{2} \sum_{i \in I_\varepsilon(u)} (y_i(t_1) - \alpha \Phi_i(u))^2 :$$

$$F_\alpha(v,\chi) \to min, \quad u(t) \in U, \quad \chi(t) \in [0,1], \tag{2.6}$$

$$\dot{y}_0 = \chi, \quad y_0(t_0) = 0,$$

$$\dot{y}_i = \chi g_i(v,t), \quad y_i(t_0) = 0, \quad i \in I_\varepsilon(u).$$

Для решения этой задачи можно использовать методы нелокального улучшения, представленные в [5]. Благоприятная специфика задачи состоит в том, что сопряженные системы (векторная и матричная) являются тривиальными (правые части равны нулю) и определяют постоянное решение

$$p_0 = \alpha(t_1 - t_0) - y_0(t_1), \quad p_i = \alpha\Phi_i(u) - y_i(t_1),$$

$$\Psi_{00} = -1, \quad \Psi_{ii} = -1, \quad i \in I_\varepsilon(u).$$

Такая ситуация существенно облегчает реализацию методов: каждое улучшение обеспечивается ценой решения одной задачи Коши для y-системы. При этом итерационный поиск проводится в классе максимизирующих управлений:

$$v^*(p,t) = arg \max_{v\in U} \sum_{i\in I_\varepsilon(u)} p_i g_i(v,t),$$

$$\chi^*(p,t) = \begin{cases} 0, & w(p,t) < 0, \\ 1, & w(p,t) > 0, \end{cases}$$

$$w(p,t) = p_0 + \sum_{i\in I_\varepsilon(u)} p_i g_i(v^*(p,t),t).$$

Разрешимость интегральной системы (2.3) эквивалентна нулевому значению задачи (2.6).

Список литературы

1. Виноградова Т. К. К необходимым условиям в минимаксных задачах теории управления / Т. К. Виноградова, В. Ф. Демьянов // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 1974. – Т. 14, № 1. – С. 233–236.
2. Демьянов В. Ф. Введение в минимакс / В. Ф. Демьянов, В. Н. Малоземов. – М. : Наука, 1972. – 368 с.
3. Измаилов А. Ф. Численные методы оптимизации / А. Ф. Измаилов, М. В. Солодов. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 304 с.
4. Сивцова В.К. О достаточности условий оптимальности в негладких задачах теории управления / В. К. Сивцова // Вестн. ЛГУ. Сер.: Математика, механика, астрономия. – 1985. – № 8. – С. 27–32.
5. Срочко В. А. Итерационные методы решения задач оптимального управления / В. А. Срочко. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 160 с.

E. V. Aksenyushkina

Iterative procedures of improvement in control problems for finite number of functionals

Abstract. Two classes of optimal control problems are considered on the basis of finite number of functionals. The problem of improvement of admissible controls is solved by reduction to the system of integral equations with respect to functional parameters of variation. Necessary condition of optimality is connected with the inconsistency of the introduced system of relations. An improving iteration consists of solving special optimal control problems for the minimum of terminal state norm.

Keywords: optimal control problems, improving methods, finite number of functionals.

Аксенюшкина Елена Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент, Байкальский государственный университет экономики и права, 664015, Иркутск, ул. Ленина, 11 тел.: (3952)242819 (aksl@online.ru)

Aksenyushkina Elena, Baikal National University of Economics and Law, 11, Lenin St., Irkutsk, 664015, Phone: (3952)242819 (aksl@online.ru)