

Научная статья

УДК 518.517

MSC 03C07, 03C60

DOI <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2022.39.1>

Полилинейные интегральные уравнения Вольтерра I рода: элементы теории и численные методы

И. И. Иванов^{1,2,4}, П. П. Петров^{1,2,3}✉

¹ Иркутский государственный университет, Иркутск, 664003, Российская Федерация

² Новосибирский государственный университет, Новосибирск, 630090, Российская Федерация,

³ Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, 630073, Российская Федерация

⁴ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, 119991, Российская Федерация

✉ petrov@math1.isu.ru

Аннотация: Рассматривается выпуклая функция, определяемая как одномерная регуляризованная полная вариация с неоднородными коэффициентами. Доказывается основная теорема, касающаяся разложения субдифференциала этой выпуклой функции на взвешенную сингулярную диффузию и линейную регулярную диффузию. Основная теорема заключается в усилении предыдущего результата о регулярности для квазилинейного уравнения с сингулярностью и, кроме того, предоставлении некоторой полезной информации в продвинутых математических исследованиях движения границ зерен, основанных на энергии типа KWC.

Ключевые слова: мажорантные уравнения, функция Ламберта, нелинейные интегральные неравенства, неулучшаемые оценки, численные методы

Благодарности: Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 00–00–00000).

Ссылка для цитирования: Иванов И. И., Петров П. П. Полилинейные интегральные уравнения Вольтерра I рода: элементы теории и численные методы // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2022. Т. 39. С. 1–5. <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2022.39.1>

Research article

Polilinear Integral Volterra Equations of the First Kind: the Elements of the Theory and Numeric Methods

Ivan I. Ivanov^{1,2,4}, Petr P. Petrov^{1,2,3}✉

¹ Irkutsk State University, Irkutsk, 664003, Russian Federation

² Novosibirsk State University, Novosibirsk, 630090, Russian Federation

³ Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, 630073, Russian Federation

⁴ Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation

✉ petrov@math1.isu.ru

Abstract: In this paper, we consider a convex function defined as a 1D-regularized total variation with nonhomogeneous coefficients, and prove the Main Theorem concerned with the decomposition of the subdifferential of this convex function to a weighted singular diffusion and a linear regular diffusion. The Main Theorem will be to enhance the previous regularity result for quasilinear equation with singularity, and moreover, it will be to provide some useful information in the advanced mathematical studies of grain boundary motion, based on KWC type energy.

Keywords: differential equations, optimal control, singular equations

Acknowledgements: The study was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (Project No.).

For citation: Ivanov I. I., Petrov P. P. Integral Volterra Equations of the First Kind: the Elements of the Theory and Numeric Methods. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2022, vol. 39, pp. 1–5. <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2022.39.1>

1. Введение

Текст введения.

2. Специфика полулинейных уравнений Вольтерра I рода

Полагая в (4) $N = 1, 2, 3$, выпишем последовательно

Определение 1. *Текст определения*

\bar{x} 123456789

Теорема 1. *Формулировка теоремы*

Доказательство. Текст доказательства

□

Из теоремы 1 следует

Теорема 2. *Формулировка теоремы*

Из теоремы 2 следует

Теорема. *Формулировка теоремы без номера*

$$x + y^2 = \ln x \quad (2.1)$$

Подставив в формулу (2.1) вместо x переменную y получим

$$y + y^2 = \ln y \quad (2.2)$$

По формуле (2.2)

Лемма 1. *Формулировка леммы*

Лемма. *Формулировка леммы без номера*

Утверждение 1. *Текст утверждения*

Предложение 1. *Текст предложения*

Следствие 1. *Текст следствия*

Замечание 1. *Текст замечания*

Учитывая замечание 1

Пример 1. *Текст примера*

Задача 1. *Формулировка задачи*

Алгоритм 1. *Описание алгоритма*

Таким образом, даже в случае постоянных ядер непрерывное решение билинейного уравнения существует...

Используя обозначения из [1; 2; 3]...

3. Заключение

Как уже было показано в [3], выбор формальной нормальной формы в виде сдвига за единичное время вдоль векторного поля позволяет впоследствии простым путем получить необходимые и достаточные условия включаемости в поток. И тем самым установить связь между аналитическими классификациями отображений и векторных полей.

4. Оформление затекстовых библиографических ссылок.

Список источников нумеруют и располагают в алфавитном порядке, сначала на русском языке, затем на латинице. В списке источников на латинице (References) порядок сохраняется. Список источников следует оформлять в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008. Во всех случаях, когда

у цитируемого материала есть цифровой идентификатор (Digital Object Identifier — DOI), его необходимо указывать в самом конце библиографической ссылки в виде полноценной гиперссылки. Правила оформления источников в списках литературы на латинице (References) опубликованы на сайте нашего журнала <http://mathizv.isu.ru/ru/page/regulations>

Список источников

1. Тарасов В. В. Критерий полноты для не всюду определенных функций алгебры логики // Проблемы кибернетики. М. : Наука, 1975. Вып. 30. С. 319–325.
2. Яблонский С. В. О суперпозициях функций алгебры логики // Мат. сб. 1952. Т. 30. № 2(72). С. 329–348.
3. Emel'yanov D. Yu., Kulpeshov B. Sh., Sudoplatov S. V. Algebras of distributions for binary formulas in countably categorical weakly o-minimal structures // Algebra and Logic. 2017. Vol. 56, N. 1. P. 13–36. <https://doi.org/10.17377/alglog.2017.56.102>

References

1. Tarasov V.V. Completeness Criterion for Partial Logic Functions. *Problemy Kibernetiki*, Moscow, Nauka, 1975, vol. 30, pp. 319–325. (in Russian)
2. Yablonskij S.V. On the Superpositions of Logic Functions. *Mat. Sbornik*, 1952, vol. 30, no. 2(72), pp. 329–348. (in Russian)
3. Emel'yanov D.Yu., Kulpeshov B.Sh., Sudoplatov S.V. Algebras of distributions for binary formulas in countably categorical weakly o-minimal structures. *Algebra and Logic*, 2017, vol. 56, no. 1, pp. 13–36. <https://doi.org/10.17377/alglog.2017.56.102>

Об авторах

Иванов Иван Иванович, д-р физ.-мат. наук, проф., Иркутский государственный университет, Иркутск, 664003, Российская Федерация, email: avtor@math.isu.ru, doi <https://orcid.org/xxxx-xxxx-xxxx-xxxx>

Петров Петр Петрович, канд. физ.-мат. наук, доц., Новосибирский государственный технический университет, 630073, Российская Федерация, Новосибирск, petrov@math1.isu.ru, <https://orcid.org/xxxx-xxxx-xxxx-xxxx>

About the authors

Ivan I. Ivanov, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof., Irkutsk State University, Irkutsk, 664003, Russian Federation, avtor@math.isu.ru, <https://orcid.org/xxxx-xxxx-xxxx-xxxx>

Petr P. Petrov, Cand. Sci. (Phys.Math.), Assoc. Prof., Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, 630073, Russian Federation, petrov@math1.isu.ru, <https://orcid.org/xxxx-xxxx-xxxx-xxxx>

Поступила в редакцию / Received 26.07.2021
Принята к публикации / Accepted 26.09.2021