

ПЕРСОНАЛИИ

К 80-летию со дня рождения
профессора Р. Габасова



Рафаил Габасов
заслуженный деятель науки Республики Беларусь,
доктор физико-математических наук, профессор,
почетный доктор наук
Иркутского государственного университета

Дорогой Рафаил Федорович! От имени «оптимальщиков» Иркутска сердечно поздравляем Вас с 80-летним Юбилеем!

В Вашем лице мы чувствуем всемирно известного ученого и выдающегося специалиста в широком спектре направлений прикладной математики. С Вашим именем связан целый ряд фундаментальных результатов, нашедших заслуженное признание ученых и ставших неотъемлемой частью современной теории управления.

Вы, Рафаил Федорович, вместе с Фаиной Михайловной являетесь руководителями первоклассной научной школы, в рамках которой успешно работает большое число молодых исследователей и известных ученых. Ваши ученики из Иркутска всегда с глубокой признательностью вспоминают свои первые шаги в науке, которые они прошли под Вашим руководством. Вы заложили фундаментальную основу для создания и развития в Иркутске научного направления по оптимальному управлению. Мы сердечно благодарны Вам за неизменную поддержку и содействие. Вы заслуженно являетесь Почетным доктором наук Иркутского классического университета.

Все знают Вас, Рафаил Федорович, как толерантного, отзывчивого, мудрого и доброжелательного Человека, который всегда благотворно действует на окружающих. Такие люди украшают, освещают и утепляют нашу жизнь. Мы гордимся своим Учителем.

Примите наши наилучшие пожелания здоровья, устойчивости, душевного равновесия и творческого долголетия.

*Ректор Иркутского государственного
университета, профессор А. В. Аргучинцев*

*Профессор кафедры вычислительной
математики и оптимизации В. А. Срочко*

Биографические данные и научно-педагогические достижения

Габасов Рафаил родился 17 декабря 1935 года в г. Магнитогорске Челябинской области в семье рабочего. После окончания семилетней школы, а затем индустриального техникума поступил на механический факультет Уральского политехнического института в г. Свердловске (ныне Екатеринбург), который окончил в 1958 г. Этот институт стал для Р. Габасова стартовой площадкой в большую науку. Там он окончил аспирантуру и в 1963 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Некоторые вопросы качественной теории регулируемых систем», в которой для решения задач устойчивости движения и оптимального управления развил методы расчетов, предложенные его научными руководителями академиками Е. А. Барбашиным и Н. Н. Красовским. С 1964 по 1967 г. Р. Габасов работал старшим научным сотрудником в Уральском филиале Академии наук СССР (г. Свердловск).

В конце 1967 г. Р. Габасов переехал в Минск и возглавил только что созданную на математическом факультете Белорусского государственного университета кафедру прикладной математики. В 1970 г. кафедра стала структурным подразделением нового факультета прикладной математики и была переименована в кафедру методов оптимального

управления. Руководил ей Р. Габасов до июля 2000 г., в настоящее время работает на кафедре в должности профессора.

В стенах Белгосуниверситета наиболее ярко расцвел научный и педагогический талант Р. Габасова. В 1968 г. он защитил докторскую диссертацию «Математические вопросы оптимизации систем управления», в которой получены фундаментальные результаты по проблеме управляемости систем с запаздываниями, теории существования оптимальных управлений, открыт принцип квазимаксимума для дискретных систем, построена теория особых управлений, обоснована универсальная форма представления необходимых условий оптимальности с помощью вариационных производных. В 1971 г. Р. Габасову присвоено ученое звание профессора.

Начиная с 60-х годов XX века, Рафаил Габасов работает в тесном контакте с Фаиной Михайловной Кирилловой, ныне доктором физико-математических наук, профессором, членом-корреспондентом НАН Республики Беларусь, и сейчас почти невозможно разделить их вклад в развитие мировой научной мысли. Они являются создателями белорусской научной школы по оптимизации и оптимальному управлению.

Р. Габасовым опубликовано около 600 научных работ, в том числе 8 монографий в соавторстве: «Качественная теория оптимальных процессов» – М., 1971 (переведена в США); «Оптимизация линейных систем» – Мн., 1973 (переведена в США и Японии); «Особые оптимальные управления» – М., 1973 (переведена в США); «Принцип максимума в теории оптимального управления» – Мн., 1974; «Основы динамического программирования» – Мн., 1975; «Методы линейного программирования» (в 3 ч.) – Мн., 1977–1980; «Конструктивные методы оптимизации» (в 5 ч.) – Мн., 1984–1998; «Optimal feedback control» – Springer, 1995. Результаты научной деятельности Р. Габасова широко известны во всем мире. Он выступал с докладами на самых представительных научных форумах, читал лекции в университетах многих стран Европы, Азии и США. Р. Габасов неоднократно получал гранты Фонда фундаментальных исследований и Министерства образования РБ, а также Фонда Сороса на проведение научных исследований.

Трудно переоценить заслуги профессора Р. Габасова в подготовке научных кадров. Среди его учеников 9 докторов и 67 кандидатов наук. Они работают в Национальной академии наук Беларуси, почти во всех вузах республики, во многих университетах и научных центрах СНГ, США, Германии, Болгарии, Литвы, Израиля, Китая, КНДР, Вьетнама, Сирии, Афганистана, Алжира, Гвинеи. За заслуги в подготовке специалистов высокой квалификации Р. Габасов в 2000 г. награжден Почетной грамотой Президиума ВАК Республики Беларусь, а в 2001 г. – медалью СР Вьетнам «За заслуги в просвещении».

Р. Габасов не только выдающийся ученый, но и прекрасный педагог. Его лекции отличаются глубиной изложения материала и педагоги-

ческим мастерством. Тримя изданиями вышло написанное им в соавторстве учебное пособие «Методы оптимизации» (1975, 1981, 2011 гг.), которое переведено в США. Как правило, профессор Р. Габасов читает лекции на основе собственных научных и научно-методических разработок. По его глубокому убеждению, лектор должен внести свой вклад в область тех знаний, которые он передает студентам. Этим было продиктовано, в частности, то, что после создания на факультете прикладной математики и информатики специальности «Экономическая кибернетика» Р. Габасов приступил к исследованию задач оптимизации экономических процессов. В соавторстве написано учебное пособие «Оптимизация линейных экономических моделей», – Мн., БГУ, 2000. За плодотворную деятельность в сфере образования Р. Габасов неоднократно награждался Почетными грамотами Белгосуниверситета и Минвуза БССР.

В 1982 г. Р. Габасову присвоено звание «Заслуженный деятель науки БССР». Он награжден Почетной грамотой Верховного Совета Республики Беларусь (1995). Р. Габасов – почетный доктор наук Иркутского государственного университета (1995), член Петровской академии наук и искусств в г. Санкт-Петербурге (1993). В 2005 г. награжден нагрудным знаком «Отличник образования», в 2010 г. присвоено звание «Заслуженный работник БГУ».

Р. Габасову присущи неиссякаемая энергия, оптимизм, титаническое трудолюбие, фанатичное увлечение наукой, требовательность к себе и ученикам. Все это оказывает огромное влияние на формирование личности специалиста, прошедшего его школу.

Монографии

1. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Качественная теория оптимальных процессов. – М.: Наука, 1971. – 508 с.
2. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Особые оптимальные управления. – М.: Наука, 1973. – 256 с.
3. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Оптимизация линейных систем: Методы функционального анализа. – Мн.: Изд-во БГУ, 1973. – 246 с.
4. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Принцип максимума в теории оптимального управления. – Мн.: Наука и техника, 1974. – 271 с.
5. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Основы динамического программирования. – Мн.: Изд-во БГУ, 1975. – 264 с.
6. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы линейного программирования. В 3 ч. Ч. 1. Общие задачи. – Мн.: Изд-во БГУ, 1977. – 176 с.
7. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы линейного программирования. Ч. 2. Транспортные задачи. – Мн.: Изд-во БГУ, 1978. – 240 с.
8. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы линейного программирования. Ч. 3. Специальные задачи. – Мн.: Изд-во БГУ, 1980. – 368 с.

9. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Тятюшкин А. И. Конструктивные методы оптимизации. Ч. 1. Линейные задачи. – Мн. : Изд-во БГУ, 1983. – 214 с.

10. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Конструктивные методы оптимизации. Ч. 2. Задачи управления. – Мн. : Университетское, 1984. – 207 с.

11. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Конструктивные методы оптимизации. Ч. 3. Сетевые задачи. – Мн. : Университетское, 1986. – 222 с.

12. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И., Ракецкий В. М. Конструктивные методы оптимизации. Ч. 4. Выпуклые задачи. – Мн. : Университетское, 1987. – 223 с.

13. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И., Покатаев А. В. Конструктивные методы оптимизации. Ч. 5. Нелинейные задачи. – Мн. : Университетское, 1998. – 390 с.

14. Gabasov R., Kirillova F. M., Prischepova S. V. Optimal feedback control. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Vol. 207. – London : Springer, 1995. – 224 p.

Учебные пособия

1. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы оптимизации. – Мн. : Изд-во БГУ, 1975. – 280 с.

2. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы оптимизации. – 2-е изд., перераб. и доп. – Мн. : Изд-во БГУ, 1981. – 350 с.

3. Габасов Р., Альсевич В. В., Глушенков В. С. Оптимизация линейных экономических моделей: Статические задачи. – Мн. : БГУ, 2000. – 210 с.

4. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Альсевич В. В. и др. Методы оптимизации. – Мн. : Изд-во «Четыре четверти», 2011. – 472 с.

Основные результаты научной деятельности

Приведем основные результаты научных исследований, автором которых или одним из создателей является Р. Габасов, возможно, не в хронологическом порядке, т. е. не по времени их получения, а в той последовательности, в которой обычно в литературе рассматриваются проблемы оптимального управления.

Как упоминалось выше, в его докторской диссертации получены фундаментальные результаты по проблеме управляемости систем с запаздыванием (или с последствием). Первые результаты по теории управляемости и наблюдаемости для обыкновенных систем появились на рубеже 50–60-х годов XX века. Они играют большую роль в теории управления. Системы управления с последствием по своей природе существенно сложнее обыкновенных систем управления и исследование

базовых свойств управляемости и наблюдаемости для них оказалось достаточно трудным делом. Для этого Р. Габасовым и Ф. М. Кирилловой были введены так называемые определяющие уравнения, которые эффективно (в параметрической форме) решают проблемы управляемости и наблюдаемости не только для обыкновенных систем (в частности, со сложной структурой), но и для систем с последействием. Впоследствии эти уравнения стали предметом исследований и в работах других ученых минской научной школы. Главная ценность определяющих уравнений состоит в том, что они представляют собой рекуррентные соотношения, которые составляются согласно определенным правилам по параметрам дифференциальной системы и легко решаются. Их роль аналогична роли характеристических уравнений в теории устойчивости. С их помощью легко получаются классические результаты Калмана по управляемости и наблюдаемости обыкновенных систем управления.

Кроме проблемы относительной управляемости, которая полностью решается с помощью определяющих уравнений для систем с последействием, была решена и более трудная проблема полной управляемости.

Следующей проблемой теории оптимальных процессов является проблема существования оптимальных управлений, которая в работах Р. Габасова и Ф. М. Кирилловой ставится и решается по-новому. В частности, впервые доказаны индивидуальные теоремы существования оптимальных управлений, в которых условия существования решений дифференциальных уравнений связываются с условиями оптимальности, чего не было в работах других авторов, в том числе в классических теоремах существования А. Ф. Филиппова. В классических теоремах существования не учитывались индивидуальные особенности систем, в то время как для некоторых систем решения могут существовать и в случае, когда они не удовлетворяют условиям классических теорем. Этот недостаток и был устранен в указанных индивидуальных теоремах существования.

С проблемой существования оптимальных управлений тесно связана проблема необходимых условий оптимальности. Эти условия, очевидно, можно рассматривать лишь в случае, когда решения существуют.

Как известно, фундаментальным результатом теории необходимых условий оптимальности является принцип максимума, который был сформулирован Л. С. Понтрягиным в качестве гипотезы в 1956 г. и впоследствии получил его имя. Для линейных систем этот принцип доказан Р. В. Гамкрелидзе в 1957 г., для нелинейных систем – В. Г. Болтянским – в 1958 г., для систем с фазовыми ограничениями – А. Я. Дубовицким и А. А. Милотиным в 1963 г.

В работах Р. Габасова и Ф. М. Кирилловой найден универсальный способ выражения принципа максимума Понтрягина и обоснован этот результат для весьма широкого класса дифференциальных систем,

включающих, в частности, системы с последствием. Универсальность метода заключается в том, что был найден способ формирования сопряженной системы, которая при формулировке и доказательстве принципа максимума является одним из основных элементов, и вид которой заметно усложняется с усложнением исходной (прямой) системы управления.

В дальнейшем были исследованы ситуации, когда принцип максимума не дает информации об оптимальном управлении, т. е. возникают так называемые особые режимы (или особые оптимальные управления). Это понятие было введено в 1959 г. Л. И. Розоноэром. Впоследствии были разработаны численные методы вычисления таких управлений. При отсутствии ограничений на управления впервые такие управления начал исследовать Г. Келли. В работах Р. Габасова и Ф. М. Кирилловой в этом направлении, во-первых, разработан универсальный метод пакета вариаций особых управлений в открытой области; во-вторых, предложен оригинальный метод матричных импульсов для особых управлений в замкнутой области, в-третьих, найдены новые условия оптимального сопряжения экстремалей. Наконец, теория оптимальных особых управлений рассмотрена с позиций динамического программирования, для чего было предложено дополнить уравнения Беллмана в частных производных первого порядка новыми уравнениями в частных производных высокого порядка.

Параллельно с исследованиями особых управлений была разработана теория условий оптимальности высокого порядка, которые усиливают принцип максимума на неособых участках, т. е. когда принцип максимума не дает достаточную информацию для распознавания неоптимальных управлений.

Как известно, не каждая задача оптимального управления имеет решение в классе измеримых управлений. В этом случае возникают так называемые скользящие режимы. Для их исследования были предложены два метода. Один из них состоит в расширении исходной задачи и использовании условий оптимальности для получающихся при этом особых управлений. Второй основан на предложенном авторами принципе ϵ -максимума для субоптимальных управлений в непрерывных системах.

Значительное внимание в работах Р. Габасова уделено и достаточным условиям оптимальности.

Следующей проблемой при исследовании задач оптимального управления, является построение оптимальных управлений. Однако, поскольку большинство задач оптимального управления может быть решено на вычислительных устройствах дискретного действия, то, несомненно, непрерывную систему приходится сводить к дискретной. В силу этого возникает вопрос об исследовании дискретных систем управления.

Следует отметить, что по своей природе дискретные системы вроде бы проще непрерывных систем. И многие исследователи попытались классический принцип максимума для непрерывных систем перенести на эти системы. Появились даже некоторые результаты. Однако либо они были ошибочны, либо не для любых систем эти результаты стремились к классическому принципу максимума, когда дискретная система при уменьшении периода квантования дискретизации стремилась к непрерывному ее аналогу.

Требовались новые подходы к исследованию дискретных систем. И такой подход был найден в работах Р. Габасова и Ф. М. Кирилловой. Для дискретных систем был доказан принцип ε -максимума, вызвавший большой резонанс в научном мире. Этот результат впервые позволил принципу максимума Понтрягина получить адекватное выражение для дискретных систем. Именно принцип ε -максимума стал единственным результатом, который позволил устранить указанные выше недостатки результатов, полученных другими авторами. Он же позволил понять связь между существованием оптимальных управлений в непрерывных системах и справедливостью принципа максимума для дискретных систем.

Все указанные выше проблемы, для которых получены принципиальные результаты в работах Р. Габасова, относятся к качественной теории оптимального управления. Для окончательного же решения задачи требуются вычислительные алгоритмы.

В начале 70-х гг. Р. Габасовым совместно с Ф. М. Кирилловой предложен и обоснован новый подход к решению задач линейного программирования, на базе которого были созданы методы и алгоритмы решения задач математического программирования и оптимального управления. Эти работы положили начало крупному направлению, известному как конструктивные методы оптимизации.

Задачи оптимального управления представляют новый тип экстремальных задач и к ним неприменимы классические методы математического анализа. Главная особенность этих задач состоит в том, что аргументы изменяются не в открытых областях, а в замкнутых множествах. Как сказано выше, задачи нового типа были исследованы сначала в линейном программировании, которое оформилось в конце 40-х годов с разработкой Д. Данцигом симплекс-метода. Несмотря на кажущуюся по постановке простоту задач линейного программирования, к ним неприменимы классические методы анализа. И прежде, чем создавать численные методы решения задач оптимального управления, требовалось разработать методы линейного программирования.

Как показал анализ разработанного Д. Данцигом симплекс-метода для задач линейного программирования, его использование затруднено в задачах оптимального управления. К основным недостаткам симплекс-метода относятся: во-первых, то, что не используется опыт спе-

циалистов, формулирующих для математиков конкретную задачу; во-вторых, невозможно получить приближенное решение; в-третьих, не позволяет строить субоптимальные планы; наконец, в-четвертых, в нем не используется мощный аппарат теории двойственности.

Адаптивный метод, разработанный в Минской школе под руководством Р. Габасова и Ф. М. Кирилловой, лишен указанных недостатков симплекс-метода. Он может начинаться с любой точки множества планов (симплекс-метод – только с вершины); движение на итерациях осуществляется по специальным направлениям, строящимся, исходя из ограничений задачи, и позволяющим максимально увеличивать значение целевой функции (в симплекс-методе – только по ребрам, соединяющим соседние вершины); при любом $\varepsilon > 0$ решение можно остановить при достижении ε -окрестности оптимального плана, т. е. получить субоптимальный план (в симплекс-методе получается только оптимальный план, что на практике не всегда обязательно). И еще одна важная особенность адаптивного метода (прямого и двойственного) состоит в том, что он использует на итерациях так называемые «длинные» двойственные шаги, способствующие повышению эффективности метода и играющие важную роль при решении задач оптимального управления.

После создания адаптивного метода для задач линейного программирования он был перенесен на более сложные задачи: квадратичного, кусочно-линейного, дробно-линейного программирования и аналогичные задачи оптимального управления.

Для специальных задач нелинейного программирования и оптимального управления, когда при линейных ограничениях в них используются специальные виды целевых функций и критериев качества, принципы адаптивного метода были дополнены принципом накопления оптимальных признаков, что позволило создать конечные методы решения указанных выше задач.

Обобщение адаптивного метода на общие задачи нелинейного программирования было осуществлено с помощью так называемых сетевых моделей нелинейных функций. Они позволили строить разнообразные эффективные численные методы решения задач нелинейного программирования с учетом структуры участвующих в задаче функций.

Перенос адаптивного метода на динамические задачи был начат с линейных систем управления. Было обнаружено, что при реализации адаптивного метода для систем управления основным элементом является не оптимальный вектор Лагранжа, который задает решение сопряженной системы, а новый элемент – опора, по которой этот вектор легко строится. Именно опора в дальнейшем стала одним из главных элементов при создании быстрых алгоритмов построения оптимальных программных управлений и синтезе оптимальных обратных связей.

Следует отметить, что при переходе от линейных и специальных нелинейных задач, о которых упоминалось выше, к общим нелиней-

ным задачам важную роль играют квазилинейные задачи, в которых дополнительно имеются малые нелинейные добавки общего вида. Для решения таких задач обычно используются асимптотические методы (методы малого параметра). Однако последние являются эффективными для гладких задач, в то время как задачи нелинейного программирования и задачи оптимального управления с замкнутыми ограничениями в общем случае являются негладкими. И тут опять существенную роль сыграло использование опоры, зависимость которой от малого параметра является гладкой в отличие от решения сопряженной системы.

Разработка методов решения кусочно-линейных и квазилинейных задач оптимального управления позволила предложить быстрые алгоритмы вычисления оптимальных программных управлений в нелинейных системах. Все полученные алгоритмы были реализованы учениками в виде программ для ЭВМ и изданы в серии выпусков по программному обеспечению экстремальных задач «Адаптивная оптимизация» (1983–1993), редакторами которых являются Р. Габасов и Ф. М. Кириллова.

За цикл работ по конструктивной теории экстремальных задач в 1995 г. Р. Габасову присуждена премия Академии наук Республики Беларусь.

Начиная с конца 80-х годов XX в. Р. Габасов и Ф. М. Кириллова вместе с учениками приступили к исследованию более сложных задач. Они обнаружили, что разработанные ими до того времени методы по конструктивной теории оптимального управления могут быть использованы не только для выявления потенциальных возможностей математических моделей, но и для решения задач управления реальными объектами.

Не вдаваясь глубоко в историю развития, обратим лишь внимание, что до начала 50-х годов прошлого века теория управления называлась теорией регулирования. До этого времени она в основном занималась анализом движения естественных объектов. Со середины же прошлого века теория управления начала заниматься вопросами управления объектами, создаваемыми человеком. Поэтому естественным образом возникла проблема синтеза, которая связана с выбором и анализом обратной связи. До появления теории оптимального управления эта проблема решалась методом проб и ошибок.

С развитием оптимального управления встала проблема конструирования оптимальных обратных связей. В течение почти полувековой истории многими учеными были получены выдающиеся результаты в рамках принципа максимума, динамического программирования и других теорий. Но практически до нынешнего века так и не было эффективных методов синтеза оптимальных обратных связей даже для линейных систем. Предлагаемые многими авторами обратные связи, основанные на принципе максимума (даже линейные, которые достаточно просты в реализации, но медленно реагирующие на возникающие ситуации),

являются замкнутыми. Поэтому их применение не всегда эффективно в чрезвычайных ситуациях, когда возникают отклонения от нормального процесса и необходимо предпринимать быстрые действия.

Применению динамического программирования к синтезу оптимальных систем препятствует основной недостаток этого метода, который сам автор Р. Беллман назвал «проклятием размерности», в результате чего при реальном процессе управления не всегда удается использовать вычислительные устройства. Приходится заготавливать решение заранее, до начала процесса управления, как в программном управлении. В то же время вычислительные устройства можно широко использовать непосредственно при анализе процессов управления.

Именно последнее обстоятельство и подтолкнуло Р. Габасова и Ф. М. Кириллову предложить новый подход к решению проблемы синтеза оптимальных систем. Начиная с начала 90-х годов, появились в соавторстве с учениками первые работы по синтезу оптимальных обратных связей для линейных систем. Новый подход впоследствии дал возможность решать задачи оптимального управления и для нелинейных систем.

Выше было сказано о полученных результатах по проблеме синтеза оптимальных обратных связей классического типа. Они не используют информацию о возмущениях. На практике же иногда удается получить такую информацию, пусть даже не совсем точную. Ее учет может повысить эффективность обратных связей, хотя при этом задача синтеза становится намного сложнее. Подход, предложенный Р. Габасовым и Ф. М. Кирилловой, о котором речь шла выше, им удалось обобщить и на системы с неопределенностью, в результате чего возникли новые классы оптимальных обратных связей.

Новый подход позволил весьма успешно получить результаты по проблеме синтеза замкнутых систем, управляемых не только с помощью оптимальных обратных связей, но и оптимальных прямых и комбинированных, что является совершенно новым направлением в теории оптимального управления.

Известно, что на практике не всегда удается измерить весь вектор переменных состояния системы управления, тем более что в реальных условиях его размерность может быть достаточно велика. В то же время есть возможность измерять некоторые выходные сигналы системы управления, несущие определенную информацию о состоянии системы и имеющие иногда намного меньшую размерность по сравнению с вектором состояния. Таким образом, возникает проблема синтеза оптимальных обратных связей не по состоянию, а по выходу, т. е. проблема оптимального наблюдения или проблема построения оптимальных эс- тиматоров. Эта проблема тоже решена в минской научной школе под руководством Р. Габасова и Ф. М. Кирилловой.

Исследования по синтезу оптимальных систем привели к задачам дуального управления, в котором используется активное наблюдение, когда управляющее воздействие необходимо как для перемещения объекта, так и для уменьшения неопределенностей в системе. Результаты по этой проблеме направлены на создание эффективных робастных адаптивных систем управления.

Среди результатов Р. Габасова и Ф. М. Кирилловой имеются исследования и по системам с распределенными параметрами, состояния которых представляют элементы бесконечномерного пространства. Естественно такие состояния невозможно сохранить на вычислительных устройствах. В связи с этим был предложен метод аппроксимации распределенных систем системами с сосредоточенными параметрами или многопараметрическими дискретными системами.

С появлением результатов по синтезу оптимальных систем в минской школе под руководством Р. Габасова и Ф. М. Кирилловой началась работа по их использованию при решении прикладных задач, которые не обязательно являются экстремальными. Одной из таких задач является задача стабилизации динамических систем, которая была центральной в классической теории регулирования. По многим причинам в приложениях актуальна задача синтеза ограниченных обратных связей. Существовавшие методы по этой тематике не всегда способны были решить эту проблему. Р. Габасов и Ф. М. Кириллова для решения указанной проблемы предложили использовать методы оптимального управления, в которых ограничения на управления являются стандартным элементом. Были построены ограниченные стабилизирующие обратные связи для линейных и нелинейных систем. Развивая метод синтеза стабилизаторов по состоянию, был предложен метод стабилизаторов по выходу. Его реализация была осуществлена с помощью нелинейных наблюдателей, строящих оценки текущих состояний системы, и нелинейных регуляторов, вырабатывающих по этим оценкам стабилизирующие сигналы. Преимущество нелинейных наблюдателей от указанных выше оптимальных эстиматоров такое же, как нелинейных обратных связей перед линейными. При их использовании область притяжения состояния равновесия получается сколь угодно близкой к максимально возможной. Эти результаты получены как для обыкновенных систем, так и для систем с запаздыванием.

Дальнейшие исследования связаны с задачами инвариантности, робастного управления и надежной стабилизации. Так по проблеме инвариантности полученные ранее другими учеными результаты не выходили за рамки линейных обратных связей, в связи с чем решали проблему лишь частично. Используя метод синтеза оптимальных обратных связей для задач оптимального управления в условиях неопределенности, Р. Габасов и Ф. М. Кириллова создали метод синтеза ограниченных обратных связей, которые для любого $\varepsilon > 0$ обеспечивают ε -

инвариантность замкнутых систем по отношению к ограниченным внешним воздействиям. При решении задач синтеза робастных обратных связей было предложено использовать разработанные методы синтеза оптимальных обратных связей для нелинейных систем. Показано также, что методы оптимального управления можно эффективно использовать и для решения задач слежения.

В последние годы весьма интенсивно исследуются задачи оптимального управления в различных классах управляющих воздействий, а также синтез оптимальных систем в режиме реального времени.

Помимо указанных направлений в работах Р. Габасова методы теории оптимального управления перенесены и на задачи экономики. В них методами оптимального управления построены программные и позиционные решения динамических задач микро- и макроэкономики.

*В. В. Альсевич, Н. М. Дмитрук, А. И. Калинин
(Белорусский государственный университет,
кафедра методов оптимального управления)*