Серия «Математика»
2023. Т. 44. С. 44—54

Онлайн-доступ к журналу:
http://mathizv.isu.ru

ИЗВЕСТИЯ
Иркутского государственного университета

Научная статья

УДК 517.968.3+512.625.5
MSC 34A34
DOI https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.44.44

Теоремы существования и единственности для одной бесконечной системы нелинейных алгебраических уравнений

Х. А. Хачатрян[1,2✉], **А. С. Петросян**[1,3]

[1] Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Российская Федерация
[2] Ереванский государственный университет, Ереван, Республика Армения
[3] Национальный аграрный университет Армении, Ереван, Республика Армения
✉ khachatur.khachatryan@ysu.am

Аннотация. Исследуется бесконечная система алгебраических уравнений с монотонными нелинейностями и с бесконечной матрицей типа Теплица. Указанная система имеет приложения в дискретных задачах динамической теории p-адических открыто-замкнутых струн, кинетической теории газов и математической биологии. При определенных ограничениях на нелинейности и на соответствующую матрицу Теплица удается доказать теоремы существования и единственности нетривиального решения в классе ограниченных последовательностей. Основным инструментом доказательства теоремы единственности нетривиального решения является вспомогательная теорема самостоятельного характера об асимптотическом поведении неотрицательного нетривиального и ограниченного решения на $\pm\infty$. Приводятся конкретные прикладные примеры нелинейностей и соответствующей матрицы для иллюстрации важности полученных результатов.

Ключевые слова: матрица типа Теплица, монотонность, нелинейность, итерации, сходимость

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект 19–11–00223).

Ссылка для цитирования: Хачатрян Х. А., Петросян А. С. Теоремы существования и единственности для одной бесконечной системы нелинейных алгебраических уравнений // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика. 2023. Т. 44. С. 44–54.
https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.44.44

Research article

Existence and Uniqueness Theorems for One Infinite System of Nonlinear Algebraic Equations

Khachatur A. Khachatryan[1,2✉], **Haykanush S. Petrosyan**[1,3]

[1] Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation
[2] Yerevan State University, Yerevan, Republic of Armenia
[3] Armenian National Agrarian University, Yerevan, Republic of Armenia
✉ khachatur.khachatryan@ysu.am

Abstract. We study a infinite system of algebraic equations with monotone nonlinearities and with an infinite Toeplitz type matrix. This system has applications in discrete problems of the dynamical theory of p-adic open-closed strings, the kinetic theory of gases, and mathematical biology. Under certain restrictions on the nonlinearities and on the corresponding Toeplitz matrix, it is possible to prove existence and uniqueness theorems for a nontrivial solution in the class of bounded sequences. The main tool for proving the uniqueness theorem for a nontrivial solution is an auxiliary independent theorem on the asymptotic behavior of a nonnegative nontrivial and bounded solution on $\pm\infty$. At the end of the paper, specific applied examples of nonlinearities and the corresponding matrix are given to illustrate the importance of the results obtained.

Keywords: Toeplitz type matrix, monotonicity, nonlinearity, iterations, convergence

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Scientific Foundation (Project No. 19-11-00223).

For citation: Khachatryan Kh. A., Petrosyan H. S. Existence and Uniqueness Theorems for One Infinite System of Nonlinear Algebraic Equations. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2023, vol. 44, pp. 44–54. (in Russian)
https://doi.org/10.26516/1997-7670.2023.44.44

1. Введение

В работе рассматривается следующая бесконечная система нелинейных алгебраических уравнений на множестве $\mathbb{Z}$:

$$Q(x_n) = \mu_n(x_n) + \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_{n-j} x_j, \quad n \in \mathbb{Z} \tag{1.1}$$

относительно неизвестного бесконечного вектора

$$\mathrm{x} := (\ldots, x_{-1}, x_0, x_1, \ldots, x_i, \ldots)^T$$

(T — знак транспонирования) с неотрицательными координатами x_j, $j \in \mathbb{Z}$. В бесконечной системе (1.1) нелинейность $Q(u)$ определена на множестве $\mathbb{R}^+ := [0, +\infty)$ и удовлетворяет следующим условиям:

1) $Q \in C(\mathbb{R}^+)$, $Q(0) = 0$, $y = Q(u)$ монотонно возрастает на множестве $\mathbb{R}^+$;

2) существует число $\eta > 0$ такое, что $Q(\eta) = \eta$, причем

$$Q(u) < u,\ u \in (0, \eta),$$

$$Q(u) > u,\ u > \eta,$$

$$\lim_{u \to \infty} (Q(u) - u) = \infty.$$

Последовательность $\{\mu_n(u)\}_{n=-\infty}^{\infty}$ обладает следующими свойствами:

I) функции $\mu_n \in C(\mathbb{R}^+)$, $\mu_n(0) = 0$ и $\mu_n(u)$ монотонно возрастают по u на $\mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{Z}$;

II) существуют $\alpha_n := \sup\limits_{u \in \mathbb{R}^+} \mu_n(u) < +\infty$, $n \in \mathbb{Z}$, причем

$$\alpha := (\ldots, \alpha_{-1}, \alpha_0, \alpha_1, \ldots)^T \in l_1.$$

Элементы бесконечной теплицевой матрицы $A = (a_{n-j})_{n,j=-\infty}^{\infty}$ удовлетворяют следующим ограничениям:

a) $a_i > 0$, $i \in \mathbb{Z}$, $\sum\limits_{i=-\infty}^{\infty} a_i = 1$,

b) $\sum\limits_{j=-\infty}^{\infty} |j| a_j < +\infty$.

Нелинейная бесконечная система (1.1) встречается в дискретных задачах динамической теории p-адических открыто-замкнутых струн для скалярного поля тахионов, в кинетической теории газов (при исследовании дискретных аналогов нелинейных уравнений Больцмана в рамках различных физических моделей), в математической биологии (в дискретных задачах распространения эпидемии в рамках модифицированной модели Дикмана – Капера) (см. [1; 2] и [4–8]). В случае, когда $\mu_n(0) \equiv 0$, $n \in \mathbb{Z}$ и $y = Q(u)$ является нечетной функцией, система (1.1) и его двумерный аналог достаточно подробно были исследованы в работах [7] и [3]. В указанных работах в основном обсуждались вопросы построения нетривиальных знакопеременных решений в пространстве ограниченных последовательностей. Следует отметить также, что в несимметричном случае, когда $\nu(A) := \sum\limits_{i=-\infty}^{\infty} i a_i \neq 0$ и $\mu_n(u) \equiv 0$, $n \in \mathbb{Z}$, при достаточно сильных ограничениях на нелинейность Q и на последовательность $\{a_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ в работе [4] доказаны теоремы существования и единственности неотрицательного нетривиального решения в определенном подклассе ограниченных последовательностей.

В настоящей работе мы исследуем вопросы существования и единственности положительного и ограниченного решения системы (1.1), а также изучим асимптотическое поведение построенного решения на $\pm\infty$.

В конце приведем наглядные примеры нелинейностей $y = Q(u)$, $y = \mu_n(u)$, $n \in \mathbb{Z}$ и матрицы A, удовлетворяющих всем условиям сформулированных теорем.

2. Теорема существования

Справедлива следующая

Теорема 1. *При условиях* $1), 2), I), II)$ *и* $a)$ *бесконечная система нелинейных алгебраических уравнений (1.1) имеет положительное и ограниченное решение.*

Доказательство. Рассмотрим следующие итерации для основной системы (1.1):

$$\begin{gathered} Q(x_n^{(p+1)}) = \mu_n(x_n^{(p)}) + \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_{n-j} x_j^{(p)}, \\ x_n^{(0)} = \eta,\ n \in \mathbb{Z},\ p = 0, 1, 2, \ldots. \end{gathered} \tag{2.1}$$

Используя условия $1), 2), I), II)$ и $a)$, индукцией по p несложно доказать, что

$$x_n^{(p+1)} \geq x_n^{(p)},\ n \in \mathbb{Z},\ p = 0, 1, 2, \ldots. \tag{2.2}$$

Рассмотрим теперь следующее характеристическое уравнение на $\mathbb{R}^+$:

$$Q(u) = u + \gamma, \tag{2.3}$$

где

$$\gamma := \sup_{n \in \mathbb{Z}} \alpha_n. \tag{2.4}$$

Из свойств $I)$ и $II)$ функциональной последовательности $\{\mu_n(u)\}_{n=-\infty}^{\infty}$ немедленно следует, что

$$\gamma > 0. \tag{2.5}$$

Обозначим через ξ решение характеристического уравнения (2.3). С учетом свойств $1), 2)$ функции Q заключаем, что данное решение единственно в множестве $(0, +\infty)$, причем

$$\xi > \eta. \tag{2.6}$$

Несложно также доказать, что

$$x_n^{(p)} \leq \xi, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad p = 0, 1, 2, \ldots. \tag{2.7}$$

Таким образом, последовательность бесконечных векторов

$$\mathrm{x}^{(p)} := (\ldots, x_{-1}^{(p)}, x_0^{(p)}, x_1^{(p)}, \ldots)^T, p = 0, 1, 2, \ldots$$

имеет предел при $p \to \infty : \lim\limits_{p\to\infty} \mathrm{x}^{(p)} = \mathrm{x} = (\ldots, x_{-1}, x_0, x_1, \ldots)^T$, причем координаты предельного вектора удовлетворяют двойному неравенству:

$$\eta \le x_n \le \xi, \quad n \in \mathbb{Z}. \tag{2.8}$$

В силу непрерывности функций $Q(u)$, $\{\mu_n(u)\}_{n=-\infty}^{\infty}$ и условия $a)$ предельный вектор удовлетворяет системе (1.1). □

3. Асимптотическое поведение решения на $\pm\infty$.

Пусть $\mathrm{x} := (\ldots, x_{-1}, x_0, x_1, \ldots)^T$ — произвольное ограниченное решение системы (1.1), координаты которого неотрицательны, причем существует натуральное число n_0 такое, что

$$z_0 := \inf_{\{n\in\mathbb{Z}:|n|\ge n_0\}} x_n > 0. \tag{3.1}$$

Сначала докажем, что из (3.1) следует, что

$$z := \inf_{n\in\mathbb{Z}} x_n > 0. \tag{3.2}$$

Действительно, учитывая условия $1), I)$ и $a)$ из (1.1) будем иметь

$$Q(x_n) \ge \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_{n-j} x_j \ge z_0 \left(\sum_{j=-\infty}^{-n_0} a_{n-j} + \sum_{j=n_0}^{\infty} a_{n-j} \right) =$$

$$= z_0 \left(\sum_{m=n+n_0}^{\infty} a_m + \sum_{m=-\infty}^{n-n_0} a_m \right) \ge z_0 \min\left\{ \sum_{m=n_0}^{\infty} a_m; \sum_{m=-\infty}^{-n_0} a_m \right\} > 0,$$

откуда в силу монотонности функции Q следует (3.2).

Таким образом, учитывая условия $1), 2)$ и $I)$ из (1.1) получаем, что $Q(z) \ge z$, откуда следует, что $z \ge \eta$. Следовательно, имеем

$$x_n \ge \eta, \quad n \in \mathbb{Z}. \tag{3.3}$$

Введем следующее обозначение:

$$\sup_{n\in\mathbb{Z}} x_n := c_0,$$

Используя свойства $1), 2), I), II)$ для нелинейностей Q, μ_n, несложно доказать, что $c_0 \le \xi$.

Пусть $N \in \mathbb{N}$ — произвольное число. Тогда в силу условия $a)$ имеем

$$0 \leq \sum_{n=0}^{N}(Q(x_n)-\eta)=\sum_{n=0}^{N}\mu_n(x_n)+\sum_{n=0}^{N}\sum_{j=-\infty}^{\infty}a_{n-j}(x_j-\eta). \tag{3.4}$$

Принимая во внимание условия $I), II), a)$ и $b)$ из (3.4), получим

$$0 \leq \sum_{n=0}^{N}(Q(x_n)-\eta) \leq \sum_{n=0}^{\infty}\alpha_n + c_0\sum_{n=0}^{N}\sum_{j=-\infty}^{0}a_{n-j}+$$

$$+\sum_{n=0}^{N}\sum_{j=0}^{N}a_{n-j}(x_j-\eta)+c_0\sum_{n=0}^{N}\sum_{j=N}^{\infty}a_{n-j}=$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_n+c_0\sum_{n=0}^{N}\sum_{m=n}^{\infty}a_m+c_0\sum_{n=0}^{N}\sum_{m=N-n}^{\infty}a_{-m}+$$

$$+\sum_{n=0}^{N}\sum_{j=0}^{N}a_{n-j}(x_j-\eta)\leq\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_n+c_0\sum_{m=0}^{\infty}a_m(m+1)+$$

$$+c_0\sum_{i=0}^{N}\sum_{m=i}^{\infty}a_{-m}+\sum_{j=0}^{N}(x_j-\eta)\leq\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_n+$$

$$+c_0\sum_{m=0}^{\infty}a_m(m+1)+c_0\sum_{m=0}^{\infty}a_{-m}(m+1)+\sum_{j=0}^{N}(x_j-\eta),$$

откуда следует, что

$$\sum_{n=0}^{N}(Q(x_n)-x_n)\leq\sum_{n=0}^{\infty}\alpha_n+c_0\sum_{m=0}^{\infty}(a_m+a_{-m})(m+1):=C_1<+\infty. \tag{3.5}$$

Устремляя $N\to\infty$ в (3.5), получим

$$\sum_{n=0}^{\infty}(Q(x_n)-x_n)\leq C_1<+\infty. \tag{3.6}$$

Теперь дополнительно предположим, что функция $y=Q(u)$ выпукла вниз на $\mathbb{R}^+$. Тогда в силу $1), 2)$, (3.3) можно утверждать, что при всяком $\varepsilon\in(0,1)$ имеет место оценка

$$Q(x_n)-\eta\geq\frac{\eta-Q(\varepsilon\eta)}{\eta(1-\varepsilon)}(x_n-\eta),\quad n\in\mathbb{Z}. \tag{3.7}$$

Из (3.7) следует, что

$$Q(x_n) - x_n \geq (d-1)(x_n - \eta), \tag{3.8}$$

где

$$d := \frac{\eta - Q(\varepsilon\eta)}{\eta - \eta\varepsilon} > 1. \tag{3.9}$$

Таким образом, из (3.8), (3.9) получаем, что

$$\sum_{n=0}^{\infty}(x_n - \eta) \leq \frac{C_1}{d-1} < +\infty. \tag{3.10}$$

Аналогично можно доказать, что

$$\sum_{n=-\infty}^{0}(x_n - \eta) < +\infty. \tag{3.11}$$

Следовательно

$$\mathrm{x} - h \in l_1, \tag{3.12}$$

где $h := (\ldots, \eta, \ldots, \eta, \ldots)^T$. Из (3.12), в частности, следует, что справедливо $\lim\limits_{n\to\pm\infty} x_n = \eta$.

Итак, мы доказали следующий результат:

Теорема 2. *Пусть выполняются условия* $1), I), II), a), b)$, *причем* $Q(\eta) = \eta$ *и функция* $y = Q(u)$ *выпукла вниз на* $\mathbb{R}^+$. *Тогда любое ограниченное неотрицательное решение системы (1.1), удовлетворяющее неравенству (3.1), обладает свойством (3.12).*

4. Единственность решения. Примеры

В данном разделе при введении дополнительных ограничений на функции $\{\mu_n(u)\}_{n=-\infty}^{\infty}$ мы докажем следующую теорему единственности решения:

Теорема 3. *При условиях теоремы 2, если* $a_{-j} = a_j, j = 0, 1, 2, \ldots$ *и при каждом фиксированном* $n \in \mathbb{Z}$ *функция* $\mu_n(u)$ *выпукла вверх на множестве* $\mathbb{R}^+$, *то бесконечная система нелинейных алгебраических уравнений (1.1) не может иметь более одного решения в следующем классе бесконечных векторов:*

$$\mathbb{B} := \{\mathrm{x} := (\ldots, x_{-1}, x_0, x_1, \ldots)^T \in m,\ x_n \geq 0,\ n \in \mathbb{Z},\ \exists n_0 \in \mathbb{N}$$

$$\text{такое, что} \inf_{\{n\in\mathbb{Z}:|n|\geq n_0\}} x_n > 0\}$$

(где m *— пространство ограниченных последовательностей* $\{x_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ *с нормой* $\|x\|_m = \sup\limits_{n\in\mathbb{Z}} |x_n|$*).*

Доказательство. Предположим обратное: система (1.1) кроме решения $\mathrm{x} \in \mathbb{B}$, построенного при помощи последовательных приближений (2.1), имеет другое решение $\tilde{\mathrm{x}} := (\ldots, \tilde{x}_1, \tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \ldots)^T$ из $\mathbb{B}$. Тогда существует хотя бы одно число $n^* \in \mathbb{Z}$ такое, что $x_{n^*} \neq \tilde{x}_{n^*}$. Обозначим через Ω следующее подмножество целых чисел:

$$\Omega := \{n \in \mathbb{Z} : x_n \neq \tilde{x}_n\}.$$

Очевидно, что $\Omega \neq \emptyset$, ибо $n^* \in \Omega$. Согласно теореме 2 имеем $\mathrm{x} - h \in l_1$, $\tilde{\mathrm{x}} - h \in l_1$. Следовательно,

$$\mathrm{x} - \tilde{\mathrm{x}} \in l_1. \tag{4.1}$$

Учитывая включение (4.1), условия $a), II)$ и определение множества $\mathbb{B}$, из (1.1) будем иметь

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n |Q(x_n) - Q(\tilde{x}_n)| \leq \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n |\mu_n(x_n) - \mu_n(\tilde{x}_n)| +$$

$$+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_{n-j} |x_j - \tilde{x}_j| =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n |\mu_n(x_n) - \mu_n(\tilde{x}_n)| + \sum_{j=-\infty}^{\infty} |x_j - \tilde{x}_j| \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{j-n} x_n =$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n |\mu_n(x_n) - \mu_n(\tilde{x}_n)| + \sum_{j=-\infty}^{\infty} |x_j - \tilde{x}_j| (Q(x_j) - \mu_j(x_j))$$

или, что то же самое,

$$\begin{gathered} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Big(x_n |Q(x_n) - Q(\tilde{x}_n)| - x_n |\mu_n(x_n) - \mu_n(\tilde{x}_n)| - \\ - |x_n - \tilde{x}_n| Q(x_n) + |x_n - \tilde{x}_n| \mu_n(x_n) \Big) \leq 0. \end{gathered} \tag{4.2}$$

Так как $x_n > 0$, $n \in \mathbb{Z}$ (см. формулировку теоремы 1), то в силу определения числового множества Ω неравенство (4.2) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{gathered} \sum_{n \in \Omega} |x_n - \tilde{x}_n| x_n \bigg(\frac{|Q(x_n) - Q(\tilde{x}_n)|}{|x_n - \tilde{x}_n|} - \frac{Q(x_n)}{x_n} + \\ + \frac{\mu_n(x_n)}{x_n} - \frac{|\mu_n(x_n) - \mu_n(\tilde{x}_n)|}{|x_n - \tilde{x}_n|} \bigg) \leq 0. \end{gathered} \tag{4.3}$$

Принимая во внимание условия $1), 2), I)$ и выпуклость вверх функций $\mu_n(u)$, $n \in \mathbb{Z}$, несложно проверить выполнение следующих неравенств:

$$\frac{\mu_n(x_n)}{x_n} \geq \frac{|\mu_n(x_n) - \mu_n(\tilde{x}_n)|}{|x_n - \tilde{x}_n|}, \quad n \in \Omega, \tag{4.4}$$

$$\frac{|Q(x_n) - Q(\tilde{x}_n)|}{|x_n - \tilde{x}_n|} > \frac{Q(x_n)}{x_n}, \quad n \in \Omega. \tag{4.5}$$

Учитывая (4.4) и (4.5) в (4.3), приходим к противоречию. Следовательно, $\mathrm{x} = \tilde{\mathrm{x}}$. □

В конце работы приведем несколько наглядных примеров матрицы A, а также нелинейностей $Q(u)$ и $\{\mu_n(u)\}_{n=-\infty}^{\infty}$, удовлетворяющих всем условиям доказанных теорем.

Сначала приведем примеры для матрицы $A = (a_{n-j})_{n,j=-\infty}^{\infty}$:

$p_1)$ $a_j = \dfrac{1-q}{1+q} q^{|j|}$, $0 < q < 1$ — произвольное число $j \in \mathbb{Z}$;

$p_2)$ $a_j = (2e^r - 1)^{-1} \dfrac{r^{|j|}}{|j|!}$, $0 < r < 1$ — любое число $j \in \mathbb{Z}$.

Примерами функциональной последовательности $\{\mu_n(u)\}_{n=-\infty}^{\infty}$ могут служить следующие:

$g_1)$ $\mu_n(u) = \alpha_n(1 - e^{-u}),\ u \in \mathbb{R}^+,\ n \in \mathbb{Z}$,

$g_2)$ $\mu_n(u) = \dfrac{\alpha_n u}{u+1}$, $u \in \mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{Z}$, где $\alpha := (\ldots, \alpha_{-1}, \alpha_0, \alpha_1, \ldots)^T \in l_1$, $\alpha_j > 0$, $j \in \mathbb{Z}$.

Наконец, приведем примеры для нелинейности Q :

$f_1)$ $Q(u) = u^p,\ p \geq 2$ — натуральное число $u \in \mathbb{R}^+$;

$f_2)$ $Q(u) = \varepsilon u^q + (1-\varepsilon)u,\ \varepsilon \in (0,1]$ — числовой параметр, $u \in \mathbb{R}^+,\ q \geq 2$ — произвольное число.

Замечание 1. Отметим, что часть приведенных примеров имеют приложения в дискретных задачах в теории p-адических струн и в математической теории эпидемических заболеваний. Нелинейности вида $f_1)$, $f_2)$ встречаются в теории p-адических струн (см. [1; 2]), а нелинейности $g_1)$, $f_1)$ в математической биологии (см. [6; 8]).

5. Заключение

В статье изучена бесконечная система нелинейных алгебраических уравнений с матрицами типа Теплица. Такие системы возникают в дискретных задачах теории p-адических струн, кинетической теории газов и математической эпидемиологии. Доказаны конструктивные теоремы существования и единственности в классе ограниченных последовательностей. Установлено также асимптотическое поведение решения на $\pm\infty$. Приведены прикладные примеры нелинейностей и соответствующей матрицы Теплица.

Авторы выражают благодарность рецензентам за полезные замечания.

Список источников

1. Владимиров В. С., Волович Я. И. О нелинейном уравнении динамики в теории p-адической струны // Теоретическая и математическая физика. 2004. Т. 138, № 3. С. 355–368. https://doi.org/10.4213/tmf36
2. Владимиров В. С. О нелинейных уравнениях p-адических открытых, замкнутых и открыто-замкнутых струн // Теоретическая и математическая физика. 2006. Т. 149. № 3. С. 354–367. https://doi.org/10.4213/tmf5522
3. Сисакян А. А. О разрешимости одной системы бесконечных алгебраических уравнений с выпуклой нелинейностью и с матрицами Теплица – Ганкеля // Вестник РАУ. 2020. № 2. С. 38–44.
4. Avetisyan M. H. On solvability of a nonlinear discrete system in the spread theory of infection // Proceedings of the YSU, Physical and Mathematical Sciences. 2020. Vol. 54, N 2. P. 87–95. https://doi.org/10.46991/PYSU:A/2020.54.2.087
5. Cercignani C. Theory and Application of the Boltzmann Equation. Edinburgh ; London : Scottish Academic Press, 1975. 415 p.
6. Diekmann O., Kaper H. G. On the bounded solutions of a nonlinear convolution equation // Nonlinear Analysis, Theory Math., Appl. 1978. Vol. 2, N 6. P. 721–737. https://doi.org/10.1016/0362-546X(78)90015-9
7. Khachatryan Kh. A., Andriyan S. M. On the Solvability of a Class of Discrete Matrix Equations with Cubic Nonlinearity // Ukrainian Math. Journal. 2020. Vol. 71, N 12. P. 1910–1928. https://doi.org/10.1007/s11253-020-01755-4
8. Khachatryan A. Kh., Khachatryan Kh. A. On solvability of one infinite system of nonlinear functional equations in the theory of epidemics // Eurasian Math. Journal. 2020. Vol. 11, N 2. P. 52–64. https://doi.org/10.32523/2077-9879-2020-11-2-52-64

References

1. Vladimirov V.S., Volovich Ya.I. Nonlinear Dynamics Equation in p-Adic String Theory. *Theoret. and Math. Phys.*, 2004, vol. 138, no. 3, pp. 297–309. https://doi.org/10.1023/B:TAMP.0000018447.02723.29
2. Vladimirov V.S. Nonlinear equations for p-adic open, closed, and open-closed strings. *Theoret. and Math. Phys.*, 2006, vol. 149, no. 3, pp. 1604–1616. https://doi.org/10.1007/s11232-006-0144-z
3. Sisakyan A.A. On the solvability of one system of infinite algebraic equations with convex nonlinearity and with toeplitz-hankel matrices. *Vestnik Russian-Armenian University*, 2020, no. 2, pp. 38–44.(in Russian)
4. Avetisyan M.H. On solvability of a nonlinear discrete system in the spread theory of infection. *Proceedings of the YSU, Physical and Mathematical Sciences*, 2020, vol. 54, no. 2, pp. 87–95. https://doi.org/10.46991/PYSU:A/2020.54.2.087

5. Cercignani C. Theory and Application of the Boltzmann Equation. Edinburgh, London Scottish Academic Press, 1975, 415 p.
6. Diekmann O., Kaper H.G. On the bounded solutions of a nonlinear convolution equation. *Nonlinear Analysis, Theory Math., Appl.*, 1978, vol. 2, no. 6, pp. 721–737. https://doi.org/10.1016/0362-546X(78)90015-9
7. Khachatryan Kh.A., Andriyan S.M. On the Solvability of a Class of Discrete Matrix Equations with Cubic Nonlinearity. *Ukrainian Math. Journal*, 2020, vol. 71, no. 12, pp. 1910–1928. https://doi.org/10.1007/s11253-020-01755-4
8. Khachatryan A.Kh., Khachatryan Kh.A. On solvability of one infinite system of nonlinear functional equations in the theory of epidemics. *Eurasian Math. Journal*, 2020. vol. 11, no. 2. pp. 52–64. https://doi.org/10.32523/2077-9879-2020-11-2-52-64

Об авторах

Хачатрян Хачатур Агавардович, д-р физ.-мат. наук, проф., Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, 119991, Российская Федерация; Ереванский государственный университет, Ереван, 0025, Республика Армения, khachatur.khachatryan@ysu.am, https://orcid.org/0000-0002-4835-943X

Петросян Айкануш Самвеловна, канд. физ.-мат. наук, доц., Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, 119991, Российская Федерация; Национальный аграрный университет Армении, Ереван, 0009, Республика Армения, Haykuhi25@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-7172-4730

About the authors

Khachatur A. Khachatryan, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Prof., Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991, Russian Federation; Yerevan State University, Yerevan, 0025, Republic of Armenia, khachatur.khachatryan@ysu.am, https://orcid.org/0000-0002-4835-943X

Haykanush S. Petrosyan, Cand. Sci. (Phys.Math.), Assoc. Prof., Lomonosov Moscow State University,Moscow, 119991, Russian Federation; Armenian National Agrarian University, Yerevan, 0009, Republic of Armenia, Haykuhi25@mail.ru, https://orcid.org/0000-0002-7172-4730

Поступила в редакцию / Received 10.12.2022
Поступила после рецензирования / Revised 28.03.2023
Принята к публикации / Accepted 11.04.2023